ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **P.-A. Dangeard** fait hommage à l'Académie de la série XXI (1929) de la revue *Le Botaniste*.

CORRESPONDANCE.

MM. **Louis Breguet**, **Émile Brylinski** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *A. Rateau*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la planification des familles de surfaces analytiques.* Note (1) de M. **A. Buhl**.

J'indique ici, dans le cas des surfaces *analytiques*, des méthodes de planification qui me semblent pouvoir réunir et généraliser des résultats donnés, dans un Mémoire (2) de Georges Humbert, pour le cas des surfaces *algébriques*.

Soit la surface S ayant pour équation, en coordonnées homogènes,

$$F\left(\frac{X}{T}, \frac{Y}{T}, \frac{Z}{T}\right) = 0.$$

---

(1) Séance du 10 février 1930.

(2) G. Humbert, *Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications à la Géométrie* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4e série, 6, 1890, p. 233).

Imaginons que l'on résolve, par rapport à T, pour faire ensuite $T = 1$. On aura

$$f(X, Y, Z) = 1$$

avec f homogène d'ordre 1. Soit un contour fermé Σ *hors de* S *et n'ayant même d'abord aucune relation avec* S. Le cône $O\Sigma$ découpera, sur S, une cloison d'aire

$$A = \int\int_\sigma f^{-3}\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} (\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma.$$

Cette intégrale double est étendue à σ, cloison quelconque établie sur Σ. Elle est obligatoirement transformable, en intégrale de ligne, par la formule de Stokes réduite

$$\int\int_\sigma \frac{\partial N}{\partial z}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma = \int_\Sigma N(y\, dx - x\, dy)$$

avec $N(x, y, z)$ fonction homogène d'ordre -2. Ceci entraîne la relation d'identification

$$(1) \qquad \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)^2, \qquad 2g = -f^{-2}.$$

Quant à la planification de S, on est censé connaître g, on a N *par une quadrature* puis, *imaginant* Σ *tracé sur la surface* $2N + 1 = 0$, on obtient l'aire A *planifiée dans le contour* Σ', projection de Σ sur le plan Oxy. Telle est la question qui, jusqu'ici, a surtout été traitée [1]. Or, elle en fait naître une autre beaucoup plus intéressante encore. Pour la surface S donnée, N étant définitivement obtenu, la fonction g de (1) n'est pas la plus générale qui satisfasse à cette équation. A la fonction g, aussi générale que possible, correspond toute une famille (S) de surfaces sur lesquelles le cône $O\Sigma$ découpe des cloisons équivalentes. De plus, ce cône $O\Sigma$ peut être transformé en une infinité d'autres conservant, sur (S), les aires en question ; il suffit de faire varier Σ, sur la surface $2N + 1 = 0$, de manière que Σ' conserve l'aire plane incluse.

La recherche générale de g dépend d'une équation aux dérivées partielles à deux variables seulement car, g et N devant être homogènes d'ordre -2,

---

[1] A. BUHL, *Sur les transformations et extensions de la formule de Stokes* (troisième Mémoire) (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, 6, 1914, p. 85).

on peut poser

$$g = \frac{1}{x^2}\varphi(u, v), \qquad N = \frac{1}{x^2}\theta(u, v), \qquad u = \frac{x}{z}, \qquad v = \frac{y}{z}.$$

Ceci donne à (1) la forme

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u} - 2\frac{\varphi}{u}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 + \left(u\frac{\partial\varphi}{\partial u} + v\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 = \left(u\frac{\partial\theta}{\partial u} + v\frac{\partial\theta}{\partial v}\right)^2.$$

C'est surtout cette équation qui demande maintenant une étude approfondie ne pouvant être faite ici; toutefois on voit que la famille (S), déterminée par la méthode précédente, dépend d'une fonction arbitraire d'une variable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation* $\Delta u = c(x, y)u(x, y)$ $(c > 0)$. Note de M. **Marcel Brelot**.

1. Je me propose de revenir sur la démonstration du théorème d'existence que j'ai donnée dans ma Note des *Comptes rendus* (13 janvier 1930). Elle a besoin d'être complétée sur un point important.

Reprenons l'intégrale $u_\rho \geq 0$ prenant sur Γ les valeurs données et sur C_ρ la valeur zéro. Elle ne peut que croître en chaque point quand ρ croît indéfiniment et, comme elle est *bornée* supérieurement par la valeur maximum sur Γ, elle a une limite $v(M)$. J'ajoutais que sur toute portion bornée du domaine considéré pouvant contenir des parties de Γ, elle tend *uniformément* vers v; et pour cela, j'invoquais ce théorème de Dini qu'une suite de fonctions positives continues sur un domaine fermé borné, en tout point, non croissante et tendant vers zéro tend *uniformément* vers zéro. De là on ne peut tirer immédiatement la proposition annoncée que si l'on est sûr de la *continuité* de la limite v, même pour les points de Γ.

C'est ce que je vais prouver ici. D'abord *au voisinage* d'un point M_0 intérieur au domaine D, $u_\rho + \frac{1}{2\pi}\int\int_\delta \log\frac{1}{MP}\, u_\rho(P)c(P)\,d\sigma_P$ (δ voisinage de M_0) est harmonique ≥ 0 et non décroissante mais bornée. Elle tend donc ($\rho \to +\infty$) vers une fonction harmonique.

D'autre part, en considérant des intégrales de Lebesgue, le $\frac{1}{2\pi}\int\int_\delta$ a pour limite $\frac{1}{2\pi}\int\int_\delta \log\frac{1}{MP}\, c(P)v(P)\,d\sigma_P$; et cette intégrale de Lebesgue est évi-

demment une fonction continue de M au voisinage de M_0. On en déduit que $v(M)$, égale à une fonction harmonique diminuée de cette fonction continue, est continue au voisinage de M_0.

Il reste à prouver la *continuité aux points de* Γ. Soient γ une des courbes du contour Γ; γ_1 une courbe de Jordan voisine à l'intérieur de D, Δ le domaine fermé compris entre les deux, $G(M, P)$ la fonction de Green relative à Δ. Si U_ρ est la fonction harmonique prenant les mêmes valeurs que u_ρ sur le contour de Δ

$$u_\rho(M) + \frac{1}{2\pi}\int\int_\Delta G(M_1 P)c(P)u_\rho(P)\,d\sigma_P = U_\rho(M)$$

où l'intégrale est prise au sens de Lebesgue ou bien au sens de Riemann avec l'aire intérieure.

Sur ce contour $U_\rho(M)$, monotone, converge *uniformément* vers sa limite puisque sur γ_1, $u_\rho(M)$ converge uniformément vers $v(M)$ à cause de la continuité de v, donc convergence *uniforme* de u_ρ vers v sur tout domaine borné fermé intérieur à D, ne contenant aucun point du contour. Ainsi $U_\rho(M)$ convergera uniformément dans Δ fermé vers une fonction *continue* sur Δ fermé, harmonique d'ailleurs à l'intérieur.

D'autre part l'intégrale de Lebesgue $\int\int_\Delta$ tendra vers

$$\int\int G(M_1 P)c(P)v(P)\,d\sigma_P,$$

fonction *continue* de M sur Δ *fermé* (s'annulant sur γ et γ_1). On conclut aussitôt à la continuité de $v(P)$ aux points de γ.

2. Voici d'ailleurs un *autre moyen* d'établir la convergence de u_ρ vers une fonction v continue en tout point du domaine D et du contour frontière Γ, intégrale en tout point intérieur. J'établis la convergence *uniforme* sur toute région bornée de D pouvant contenir des parties de Γ, sans le théorème de Dini ni l'intégrale de Lebesgue, mais avec la notion d'égale continuité d'une famille de fonctions.

D'abord *au voisinage* d'un point M_0 intérieur, reprenons

$$u_\rho + \frac{1}{2\pi}\int\int_\delta \log\frac{1}{MP}\,c(P)\,u_\rho(P)\,d\sigma_P.$$

Cette fonction harmonique positive non décroissante bornée convergera *uniformément* vers une fonction harmonique au voisinage de M_0. Quant à $\int\int_\delta$, c'est une famille de fonctions bornées satisfaisant à une condition

immédiate d'*égale continuité;* monotone, cette fonction de ρ tendra donc *uniformément* vers sa limite.

On conclut aussitôt pour u_ρ. Quant au voisinage de Γ, je reprends avec une intégrale de Riemann tout simplement, mais étendue à l'aire intérieure

$$u_\rho + \frac{1}{2\pi}\int\int_\Delta G(M, P)\, c(P)\, u_\rho(P)\, d\sigma_P = U_\rho(M)$$

et il suffit de constater la convergence *uniforme* de U_ρ sur le contour, donc aussi sur Δ fermé, et aussi celle de $\int\int_\Delta$ fonction de ρ, jouissant encore de la propriété d'*égale continuité* sur Δ *fermé* pour conclure à la convergence uniforme de u_ρ vers $v(M)$ sur Δ fermé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les changements de signe d'une fonction dans un intervalle donné.* Note de M. **Michel Fekete**, présentée par M. J. Hadamard.

1. *Soit $f(x)$ une fonction réelle de la variable réelle x, continue dans l'intervalle $0 \leq x \leq 1$ et présentant $V (0 \leq V \leq \infty)$ changements de signe quand x parcourt (en croissant toujours) ledit intervalle. Formons le tableau*

$$(1) \qquad \mu_0^{(k)},\quad \mu_1^{(k)},\quad \ldots,\quad \mu_n^{(k)},\quad \ldots \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

où $\mu_n^{(k)} = \int_0^1 f(t)(1-t)^k t^n\, dt = \mu_0^{(k)}\{f(x)\}$ et désignons par $v^{(k)}$ le nombre (fini ou infini) des variations de signe dans sa $k^{ième}$ ligne horizontale (1). On a alors

$$(2) \qquad v^{(k)} \leq V \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

$$(3) \qquad \lim_{k \to \infty} v^{(k)} = V.$$

La relation (2) résulte immédiatement d'un théorème ([1]) de M. Fejér; mon résultat (3) y a été mentionné aussi, pour le cas particulier des fonctions régulières. Le but principal de la présente Note est la démonstration de (3), pour les fonctions continues générales de x.

2. Cet énoncé s'établira au moyen de l'inégalité fondamentale

$$(4) \qquad \left| \frac{\mu_n^{(k)}\{f(x)\}}{\mu_n^{(k)}\{1\}} - f\left(\frac{n}{n+k}\right) \right| < \varepsilon$$

([1]) *Comptes rendus*, 157, 1914, p. 1328.

dont la validité, pour $n \geqq N[\varepsilon; f(x)]$, $k \geqq 0$, est presque évidente dans le cas où $f(x)$ est un polynome et se déduit de là, pour la fonction continue générale $f(x)$, à l'aide du théorème classique de Weierstrass.

En effet l'hypothèse $1 \leqq \omega \leqq V$ entraîne l'existence de $\omega + 1$ nombres croissants $\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_\omega$ tels que la suite correspondante de valeurs de f offre précisément ω variations de signe. En fixant ε tel que

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \qquad 2\varepsilon < \operatorname{Min}[|f(\xi_0)|, \ldots, |f(\xi_\omega)|],$$

choisissons d'abord un nombre $k_1 = k_1(\varepsilon) > 0$ tel que, pour $k \geqq k_1$ et $\frac{n}{n+k} > \varepsilon$, on ait (4); puis $k_2 = k_2(\omega)$ tel que, pour tout $k \geqq k_2$, il y ait $\omega + 1$ nombres entiers croissants $n_0, n_1, \ldots, n_\omega$ dépendant de k), satisfaisant aux inégalités

$$\varepsilon < \frac{n_\nu}{n_\nu + k} \leqq \xi_\nu < \frac{n_\nu + 1}{n_\nu + k + 1}, \qquad \left| f\left(\frac{n_\nu}{n_\nu + k}\right) - f(\xi_\nu) \right| < \varepsilon \qquad (\nu = 0, 1, \ldots, \omega).$$

Alors, pour $k > k \geqq \operatorname{Max}(k_1, k_2)$, on a $v^{(k)} \geqq \omega$.

3. Si V est fini on a toujours $v^{(k)} = V$ pour $k > K_0$.

On peut tirer du tableau (1) les mêmes valeurs de x où $f(x)$ (supposée régulière) présente des changements de signe.

Pour $k \geqq K_0$, désignons par $n_\nu = n_\nu(k)$ la plus grande valeur de n telle que la suite (1) ne présente pas plus de $\nu - 1$ variations. *On a alors*

$$\lim_{k \to \infty} \frac{n_\nu}{n_\nu + k} = x_\nu, \qquad (1 \leqq \nu \leqq V). \tag{5}$$

4. Pour la démonstration, fixons d'abord $\rho > 0$ et $\varepsilon = \varepsilon(\rho)$ d'une façon telle que : 1° les intervalles $x_\nu - \rho \leqq x \leqq x_\nu + \rho$ n'aient pas de points communs; 2° $f(x_\nu - \rho) f(x_\nu + \rho) < 0$; 3° $0 < \varepsilon \leqq x_1 - \rho$,

$$2\varepsilon < \operatorname*{Min}_{1 \leqq \nu \leqq V} [|f(x_\nu - \rho)|, |f(x_\nu + \rho)|].$$

Cela posé, choisissons un nombre naturel $k_0 = k_0(\rho) > K_0$ tel que, pour tout $k \geqq k_0$, l'intervalle $x_\nu - \rho \leqq x \leqq x_\nu + \rho$ comprenne au moins trois termes $g_\nu \leqq n \leqq h_\nu$ ou $h_\nu - g_\nu = h_\nu(k) - g_\nu(k) \geqq 3$ de la suite $\frac{1}{1+k}, \frac{2}{2+k}, \ldots, \frac{n}{n+k}$, que

$$\left| f\left(\frac{g_\nu}{g_\nu + k}\right) - f(x_\nu - \rho) \right| < \varepsilon, \qquad \left| f\left(\frac{h_\nu}{h_\nu + k}\right) - f(x_\nu + \rho) \right| < \varepsilon,$$

et enfin que, pour $\frac{n}{n+k} \geqq \varepsilon$, on ait l'inégalité (4). Alors $g_\nu \leqq n_\nu$ et $n_\nu + 1 \leqq h_\nu$; d'où notre assertion (5).

5. *$f(x)$ étant régulière pour $0 \leq x \leq 1$, les $v^{(k)}$ ne décroissent jamais lorsque k croît.* Pour établir cette proposition, écrivons les $\mu_\nu^{(k+1)}$ pour $k \leq 0$, $\nu \geq 0$, sous forme de différences $\mu_\nu^{(k)} - \mu_{\nu+1}^{(k)}$, d'où l'on déduit sans peine que les nombres $\mu_0^{(k+1)}, \ldots, \mu_{n-1}^{(k+1)}, \mu_n^{(k+1)}, \mu_n^{(k)}$ offrent, pour $n \geq 1$, au moins autant de variations que les $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \ldots, \mu_n^{(k)}, \mu_{n+1}^{(k)}$ eux-mêmes.

Or, d'après (4), les $\mu_n^{(k)}$ sont de même signe à partir d'une certaine valeur de n pour tout k fixe; c'est-à-dire qu'ils ont le signe de $f^{(r)}(1)$, en désignant par r ($r \geq 0$) l'ordre de la première dérivée de $f(x)$ ne s'annulant pas pour $x = 1$. Donc, pour les n suffisamment grands, le nombre $v_n^{(k+1)}$ des variations dans la suite $\mu_0^{(k+1)}, \mu_1^{(k+1)}, \ldots, \mu_n^{(k+1)}$ est au moins égal au nombre $v_n^{(k)}$ des variations, présentées par $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \ldots, \mu_n^{(k)}$, d'où, en vertu des relations $\lim\limits_{n \to \infty} v_n^{(k)} = v^{(k)}$, $\lim\limits_{n \to \infty} v_n^{(k+1)} = v^{(k+1)}$, la conclusion $v^{(k)} \leq v^{(k+1)}$ cherchée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte.* Note de M. **Basile Demtchenko**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous nous proposons de résoudre le problème suivant : trouver une fonction $\mathcal{F}$ holomorphe à l'intérieur d'un cercle unitaire connaissant les valeurs ψ_i ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$) de sa partie imaginaire sur n arcs λ_i de la circonférence et les valeurs φ_i de sa partie réelle sur les n autres arcs ω_i. Nous prendrons comme point de départ la formule de M. Villat [1] qui détermine la fonction analytique $\mathcal{F}$ d'aprés les valeurs de sa partie réelle sur le cercle (3). En effectuant la transformation

$$t = i\frac{1-z}{1+z}, \tag{1}$$

on peut écrire cette formule sous la forme

$$\mathcal{F}(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)\frac{1+tt'}{t'-t}\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}. \tag{2}$$

D'où l'on déduit

$$\mathcal{F}(t')\mathcal{F}_1(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi\varphi_1 - \psi\psi_1)\frac{1+tt'}{t'-t}\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}, \tag{3}$$

$$\frac{d\mathcal{F}(t')}{dt'}\mathcal{F}_1(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{d\varphi}{dt}\varphi_1 - \frac{d\psi}{dt}\psi_1\right)\frac{1+tt'}{t'-t}\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}'. \tag{4}$$

---

(1) Villat, *Sur le problème de Dirichlet dans une aire circulaire* (*Bulletin Soc. mathématique de France*, 39, 1911, p. 443).

La fonction $\mathcal{F}_1$, pour le moment arbitraire, doit être holomorphe à l'intérieur du cercle mais pas nécessairement sur tout le cercle. Choisissons cette fonction telle qu'elle soit réelle sur les arcs ω_i et imaginaire pure sur les arcs λ_i. Par exemple, supposons que

$$(5)\qquad \mathcal{F}_1 = \mathrm{T}, \quad \mathrm{T} = k\sqrt{\prod_{i=1}^{n}(t-a_i)^{\varepsilon_i}(t-b_i)^{\eta_i}} \qquad (\varepsilon_i, \eta_i = \pm 1),$$

où a_i et b_i sont les points qui correspondent dans le plan t aux extrémités des arcs λ_i et k une constante convenablement choisie. D'après les formules (3) et (4), on obtient

$$(6)\qquad \mathcal{F}(t') = \frac{i}{\pi}\mathrm{T}(t')\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c(t)}{\mathrm{T}(t)}\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t'} + i\mathcal{K}\mathrm{T}(t'),$$

$$(7)\qquad \mathcal{F}(t) = \frac{i}{\pi}\int\frac{dt'}{\mathrm{T}(t')}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dc(t)}{dt}\mathrm{T}(t)\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}'\right] + \text{const.},$$

où $c(t) = \varphi_i$ sur les arcs ω_i, $c(t) = i\psi_i$ sur les arcs λ_i.

Ces deux formules donnent la solution du problème posé sous deux formes différentes. Il n'est pas évident *a priori* que la solution ainsi obtenue soit régulière. On peut affirmer seulement que si elle existe, elle est donnée par la formule (6) ou la formule (7).

Démontrons maintenant que la condition de régularité impose une relation entre les valeurs φ_i et ψ_i données sur le cercle. Nous nous servirons d'une transformation que M. Villat [1] a appliquée dans un cas particulier de notre problème. Remarquons d'abord que la transformation (1) donne la représentation conforme du cercle sur le demi-plan t. Représentons ce demi-plan sur une aire polygonale d'après la formule de Schwarz en posant

$$(8)\qquad dw = \frac{dt}{\mathrm{T}}, \qquad \sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_i + \eta_i) = 4.$$

Cette aire polygonale est rectangulaire car tous ses angles sont droits. Les côtés ω_i sont parallèles à l'axe réel et les côtés λ_i à l'axe imaginaire. En introduisant la fonction $\frac{d\mathcal{F}}{dw}$, on ramène le problème mixte au problème de Dirichlet et l'on obtient facilement la formule (7). La régularité de la solu-

[1] VILLAT, *Sur la résolution de certaines équations intégrales* (*Acta mathematica*, 40-41, 1916, p. 111).

tion $\mathcal{F}$ exige que l'intégrale de Cauchy $\int \mathcal{F}\,dw$ prise le long du contour polygonal soit nulle. On obtient ainsi la condition à laquelle doivent satisfaire les valeurs φ_i et ψ_i,

$$(9) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} c(t)\frac{dt}{\mathrm{T}} = 0.$$

La formule (6) peut être obtenue en appliquant la méthode de Hilbert relative à un autre problème mixte [1].

Les raisonnements précédents peuvent être facilement généralisés dans le cas d'une couronne circulaire. Il faudra seulement remplacer la formule (2) par une autre qui a été donnée par M. Villat [2].

Dans le cas où le problème est extérieur, les formules (6) et (7) sont encore applicables, si la fonction $\mathcal{F}$ est régulière à l'infini. Dans le cas contraire, il faudrait préciser le caractère de la singularité. Si, par exemple, la partie réelle de la fonction $\mathcal{F}$ est cyclique, la fonction

$$f = \mathcal{F} + \frac{ix}{2\pi}\log z \qquad (x = \text{const.})$$

est uniforme et régulière et est donnée par la formule (6) ou (7). La formule (9) nous permet de calculer la constante cyclique x d'après les valeurs de φ_i et ψ_i

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{\omega_i} \text{arc tang}\, t\,\frac{dt}{\mathrm{T}} = -\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{C}(t)}{\mathrm{T}}\,dt.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières et les séries de Dirichlet.* Note de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Théorème I. — *Soit* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ *une suite de nombres positifs indéfiniment croissants, mesurable et de densité* D; *soit* $\varphi(z)$ *une fonction*

---

(1) Hilbert a résolu le problème mixte général quand les parties réelle φ et imaginaire ψ de la fonction inconnue satisfont sur la circonférence à une relation de la forme $a(\theta)\varphi + b(\theta)\psi = c(\theta)$. La méthode de Hilbert n'est applicable que si les coefficients a, b, c sont continus.

(2) Villat, *Le problème de Dirichlet pour une aire annulaire* (*Rendic. Cir. mat. Palermo*, **33**, 1912, p. 134-175).

entière d'ordre un et de type minimum; dans ces conditions, si la série

$$(1) \qquad \psi(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi(\lambda_\nu)}{C'(\lambda_\nu)} e^{-\lambda_\nu s}$$

possède une abscisse de convergence finie [ce qui aura toujours lieu si le nombre $\delta = \left| \overline{\lim} \frac{\log |C'(\lambda_n)|}{\lambda_n} \right|$ relatif à la suite $\{\lambda_n\}$ est fini], *elle représente une fonction de s uniforme dans tout le plan et dont toutes les singularités se trouvent sur l'axe imaginaire.*

Démonstration basée sur mes théorèmes précédents (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1018; 190, 1930, p. 36; § 8 et 9 de ma Thèse), un raisonnement analogue à celui employé par M. Lindelöf au paragraphe 59 de son *Calcul des résidus* et enfin sur un théorème de M. Painlevé sur le prolongement analytique (P. Montel, *Familles normales*, p. 46).

Théorème II. — *Soient $\{\lambda_n\}$ et $\{\mu_n\}$ deux suites de nombres positifs croissants, telles que*

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{\lambda_n} = \lim_{n \to \infty} \frac{n}{\mu_n} = D$$

et soit $\varphi(z)$ une fonction holomorphe dans l'angle $|\arg z| \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$ et qui y satisfait à la condition $|\varphi(z)| < e^{A|z|}$. Considérons les deux fonctions

$$(2) \qquad \psi(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi(\lambda_\nu)}{C'(\lambda_\nu)} e^{-\lambda_\nu s}, \qquad \chi(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi(\mu_\nu)}{\Gamma'(\mu_\nu)} e^{-\mu_\nu s},$$

où

$$(3) \qquad C(z) = \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_\nu^2}\right), \qquad \Gamma(z) = \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\mu_\nu^2}\right);$$

si la quantité δ relative à l'une de ces suites est infinie, on supposera que la série (2) correspond à une abscisse de convergence finie. Construisons, en partant de chaque point singulier s_0 de $\psi(s)$, l'angle

$$(4) \qquad \frac{\pi}{2} + \alpha \leqq \arg(s - s_0) \leqq \frac{3\pi}{2} - \alpha$$

et soit $\mathcal{H}$ l'ensemble des points extérieurs à tous les angles (4) [cet ensemble est évidemment d'un seul tenant et contient tout le demi-plan d'holomorphie de $\psi(s)$]. *Dans ces conditions $\chi(s)$ est régulière en tout point intérieur de l'ensemble $\mathcal{H}$.*

Démonstration basée sur l'application d'un théorème de M. Pólya (*Math. Zeitschrift*, 29, 1929, p. 598, théorème V) généralisée pour le cas où la fonction $F(z)$ (notation de M. Pólya) n'est holomorphe et de type exponentiel que dans un secteur, généralisation qui m'a été communiquée par M. Pólya lui-même. Ce théorème doit être appliqué à la fonction $\psi(s)$ et l'on démontre en se servant de l'expression de $\psi(s)$ que j'ai indiquée dans la Note *Sur les points singuliers des séries de Dirichlet* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 539; voir aussi le paragraphe 7 de ma Thèse) que la transformée de $\psi(s)$ est précisément $\chi(s)$. Le domaine $\overline{\mathfrak{I}}$ de M. Pólya se réduit aux deux côtés de l'angle (4) ($s_0 = 0$).

Théorème III (Généralisation du théorème de Faber). — *Dans les conditions du théorème I, les seuls points singuliers possibles de la fonction* (1) *sont les points* $s_K = \pm(2k-1)\pi i D$, ($k = 1, 2, \ldots$).

On appliquera le théorème II avec $\mu_n = nD$, le théorème de Faber et le théorème I.

Théorème IV. — *Si la suite* $\{\lambda_1\}$ *a une densité maximum finie égale à* D *et si la série*

$$f(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu e^{-\lambda_\nu s} \qquad (a_\nu \neq 0) \tag{5}$$

a une abscisse de convergence et une abscisse d'holomorphie finies, l'ensemble S *des points singuliers de* $f(s)$ *situés sur la droite d'holomorphie se transforme en lui-même par une translation de* $2\pi i D$.

On appliquera le théorème de ma Note citée (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 539 ou le paragraphe 7 de ma Thèse) et le théorème II avec $\mu_n = nD$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques inégalités relatives aux fonctions entières.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. J. Hadamard

Nous poserons

$$f(z) = \sum c_\nu e^{i\alpha_\nu} z^\nu, \qquad F(r) = \sum c_\nu r^\nu, \qquad \log c_\nu = -g_\nu,$$
$$M(r) = \text{Max.}\,|f(re^{i\theta})|, \qquad M_2^2(r) = \sum c_\nu^2 r^{2\nu} = m^2(r)\,\omega_2^2(r),$$

$m(r)$ désignant le terme maximum de $F(r)$. Nous supposerons les g_ν interpolés par une fonction continue $g(x)$.

I. *Résultats relatifs à* $M_2(r)$. — 1° Si $g(x)$ est convexe, on a

$$\varphi[\omega_2(r)] \leq \frac{M_2^2(r)}{m(r)F(r)} < 1,$$

la fonction $\varphi(\omega)$ tendant vers $\frac{1}{2}$ pour ω infini. Il est impossible de la remplacer dans cet énoncé par une autre ayant une limite $> \frac{1}{2}$.

Ce résultat précise celui que j'ai indiqué dans une Note antérieure (3 juin 1929).

2° Si $g''(x)$ s'annule à l'infini et si $g'''(x) = g''(x)\, o\left[\sqrt{g''(x)}\right]$, on a

$$M_{2}^{2}(r) \sim \frac{m(r)F(r)}{\sqrt{2}}.$$

Pour comprendre la portée de ce résultat, il faut observer que les hypothèses n'excluent que des fonctions irrégulières ou des fonctions d'ordre nul à croissance suffisamment lente.

II. *Résultats relatifs à* $|f(z)|$ *et à* $M(r)$. — Nous nous placerons au point de vue du calcul des probabilités, les c_ν étant supposés connus et les a_ν choisis au hasard.

1° Pour une valeur donnée de z, la probabilité de l'inégalité

$$|f(z)| > \rho M_2(r) \qquad (r = |z|)$$

est peu différente de $e^{-\rho^2}$. L'erreur commise dans cette évaluation, quel que soit le nombre positif ρ, est inférieure à une valeur ε, fonction seulement de $\omega_2(r)$, et s'annulant pour $\omega_2(r)$ infini.

2° Si $g(x)$ est convexe, la probabilité de l'inégalité

$$(1) \qquad M(r) < CM_2(r)\sqrt{\log\omega_2(r)},$$

pour une valeur donnée de r et pourvu que C soit supérieur à une certaine constante absolue, est supérieure à une valeur $1-\varepsilon'$, fonction seulement de $\omega_2(r)$, et tendant vers 1 pour $\omega_2(r)$ infini.

3° Si $xg''(x)$ est, pour tout x supérieur à X, compris entre deux constantes positives a et b [ce qui implique une fonction $f(z)$ d'ordre positif et fini], et si C est supérieur à une certaine valeur (qui peut dépendre de a et b), la probabilité que l'inégalité (1) soit vérifiée pour tout $r > R$ tend vers zéro pour R infini.

En termes moins précis, on peut dire que, les arguments des coefficients d'une fonction entière étant choisis au hasard, pour tout r assez grand

$$M(r) = M_2(r)\, O\left[\sqrt{\log\omega_2(r)}\right],$$

et il ne semble pas possible, même pour des déterminations particulières

des modules c_ν, de remplacer $\sqrt{\log \omega_2(r)}$ par une fonction moins rapidement croissante.

La démonstration, qui utilise des idées J. E. Littlewood, paraîtra dans un autre Recueil.

GÉODÉSIE. — *Détermination des positions astronomiques en vue de l'étude de la déviation de la verticale autour de la péninsule Armoricaine.* Note de M. **L. Pirot**, présentée par M. P. Helbronner.

Dans la présente Note nous donnons les déterminations de positions astronomiques en divers points de la péninsule Armoricaine, d'où ont été déduites les déviations de la verticale qui ont fait l'objet d'une Communication antérieure (¹).

La plupart de ces déterminations ont été faites au cours de l'année 1929, avec l'astrolabe à prisme modèle géodésique de Jobin travaillant, pour la coordonnée horaire, sur les signaux rythmés de la Tour Eiffel (et quelquefois ceux de Nauen, pour vérification). Jointes à celles obtenues à Brest, Lorient et Quiberon en 1927 et 1928, avec le même instrument et par le même observateur (le lieutenant de vaisseau Perzo), elles nous mettent finalement en possession de huit positions astronomiques, sept à la périphérie et une (Pontivy) dans la région centrale de la presqu'île de Bretagne.

Les observations n'ont pas été faites aux points mêmes indiqués ci-dessus, mais les stations ont été rattachées aux points de référence soit par triangulation (Brest, Pontivy), soit par relevés sur plans hydrographiques à grande échelle. Les coordonnées géodésiques sont celles de l'ancienne triangulation de la France, affectées des corrections calculées par le Service géographique de l'Armée. Ces corrections tiennent compte : de la nouvelle valeur admise pour la latitude de l'Observatoire de Paris (48°50′11″,2 au lieu de 48°50′13″,2), de l'erreur sur la longitude du Panthéon et sur l'azimut de départ du côté Panthéon-Belle-Assise, et enfin de la substitution de l'ellipsoïde de Clarke à l'ellipsoïde des Ingénieurs-Géographes.

Les longitudes sont rapportées au méridien de Paris. Nous donnons ci-après, pour chaque point, les positions astronomiques et géodésiques (ces dernières sur l'ellipsoïde de Clarke) et les résultats de leur confrontation

(¹) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 109.

sous la forme des coordonnées x et y de la projection du zénith astronomique de la station par rapport au zénith géodésique. Les x sont comptés positivement vers l'Est, les y positivement vers le Nord. La déviation résultante s'en déduit immédiatement en grandeur et en direction. Remarquons ici que la direction de la déviation est juste à l'opposé de celle du vecteur dont x et y sont les composantes ; il est d'évidence en effet que, quand le plomb du fil à plomb est appelé dans une direction, vers l'Est par exemple, le zénith qui est à l'extrémité de la verticale se déplace dans la direction opposée, soit vers l'Ouest.

Point auquel sont rapportées les observations.	Position astronomique.	Position géodésique (ellipsoïde de Clarke).	Composantes de la déviation.		Déviation.
Clocher de l'église de Pontivy..........	$L_a = 48^{\circ}03'59'',07$ N $G_a = 5.18.13,26$ W Paris	$L_g = 48^{\circ}04'03'',52$ $G_g = 5.18.09,53$	$x = -2'',66$ $y = -4,45$	$ex = \pm 0'',29$ $ey = \pm 0,32$	$4'',7$ au N 30 E
Phare de Locmaria (extrémité de la presqu'île de Quiberon)...........	$L_a = 47.28.44,47$ N $G_a = 5.27.39,33$ W	$L_g = 47.28.47,48$ $G_g = 5.27.38,20$	$x = -0,93$ $y = -3,01$	$ex = \pm 0,60$ $ey = \pm 0,50$	3,2 au N 18 E
Lorient (Tour du port)............	$L_a = 47.44.40,79$ N $G_a = 5.41.25,42$ W	$L_g = 47.44.43,88$ $G_g = 5.41.23,77$	$x = -1,28$ $y = -3,09$	$ex = \pm 0,17$ $ey = \pm 0,19$	3.4 au N 23 E
Bénodet-Loctudy (clocher de Loctudy)............	$L_a = 47.49.48,06$ N $G_a = 6.30.44,12$ W	$L_g = 47.49.54.72$ $G_g = 6.30.43,63$	$x = -0,50$ $y = -6,66$	$ex = \pm 0,17$ $ey = \pm 0,16$	6,7 au N 5 E
Douarnenez (clocher de Ploaré).......	$L_a = 48.05.06,43$ N $G_a = 6.39.34,99$ W	$L_g = 48.05.12,23$ $G_g = 6.39.28.97$	$x = -4,19$ $y = -5,80$	$ex = \pm 0,11$ $ey = \pm 0,11$	7,2 au N 38 E
Brest (tour de l'église Saint-Louis)......	$L_a = 48.23.20,58$ N $G_a = 6.49.41,65$ W	$L_g = 48.23.20,54$ $G_g = 6.49.35,08$	$x = -4,53$ $y = +0,04$	$ex = \pm 0,10$ $ey = \pm 0,10$	4,5 à l'Est
Carantec (phare de la Lande ou Tour Blanche).........	$L_a = 48.38.14,44$ N $G_a = 6.13.22,17$ W	$L_g = 48.38.13,26$ $G_g = 6.13.16,41$	$x = -3.97$ $y = +1.18$	$ex = \pm 0,20$ $ey = \pm 0.20$	4.1 au S 73 E
Lézardrieux-Paimpol (clocher de Paimpol).............	$L_a = 48.46.43,68$ N $G_a = 5.23.10,00$ W	$L_g = 48.46.43,98$ $G_g = 5.23.04.14$	$x = -4,03$ $y = -0,30$	$ex = \pm 0,22$ $ey = \pm 0,20$	4,0 au N 87 E

SÉISMOLOGIE. — *Périodes diurne et annuelle dans la distribution de 1944 tremblements de terre enregistrés par un même sismographe.* Note de M. **Luis Rodés**, présentée par M. Ch. Lallemand.

La présente Note a pour objet d'exposer les conclusions qui se dégagent d'un enregistrement homogène de tremblements de terre, obtenu à l'Obser-

vatoire de l'Èbre, durant une période de 16 années, de 1914 à 1929 inclusivement, avec un même sismographe, du type Mainka-Ebro, dont la masse est 1500^{kg} et la période 14,8 secondes.

Durant ces 16 années, on a enregistré au total 1944 tremblements de terre, parfaitement définis, dont les graphiques ont été lus par un même observateur. De ce nombre total, 56,6 pour 100 ont eu lieu de 17^h à 4^h T. C. G. et 43,4 pour 100 de 5^h à 16^h. L'excès, de 13,2 pour 100, des tremblements de terre relevés durant une moitié du jour solaire par rapport à l'autre moitié ne paraît pas avoir d'autre cause que l'action exercée par le Soleil sur une surface planétaire hétérogène, qui réagit de façon inégale à cette excitation. Effectivement, en examinant la sphère terrestre, on voit que durant la moitié de la période diurne qui s'étend de 17^h à 4^h, passent successivement devant le Soleil la Grande Cordillère des Andes, les Montagnes Rocheuses et la Sierra Nevada, les Iles Aléoutiennes, Hawaï et d'autres îles du Pacifique, les Kouriles, le Japon, la Nouvelle-Guinée, les Philippines et la côte orientale de Chine, c'est-à-dire la grande majorité des zones sismiques du globe; tandis que, durant l'autre moitié de la rotation diurne, de 4^h à 17^h, passent devant le Soleil les continents asiatique et européen, l'océan Indien, le continent africain, l'océan Atlantique et la région orientale de l'Amérique du Sud, dont les foyers d'activité sont moins nombreux et de moindre extension.

Le maximum diurne apparaît encore plus marqué si l'on divise les 24^h en groupes de 4, comme on peut le voir dans la statistique suivante, des 16 années en question :

Heures	23^h à 3^h.	3^h à 7^h.	7^h à 11^h.	11^h à 15^h.	15^h à 19^h.	19^h à 23^h.
Nombre de tremblements de terre...	350	321	247	304	331	391

La valeur maxima, 391, enregistrée entre 19^h et 23^h T. C. G. dépasse de 50 pour 100 la valeur minima, 247, enregistrée entre 7^h et 11^h; en tenant compte, comme nous l'avons dit, de la rotation terrestre, le maximum diurne correspond aux heures durant lesquelles la zone sismique qui s'étend des Andes à l'Alaska atteint sa température maxima, tandis que le minimum a lieu quand les rayons solaires tombent sur l'océan Indien et sur une grande partie des continents européen et africain.

Ces résultats paraissent démontrer que des changements de température, même faibles, sont un facteur important dans la production des tremblements de terre en général.

Nous sommes amenés à la même conclusion par l'étude de la distribution

annuelle des tremblements de terre sur le globe. Si leur production dépend de l'échauffement diurne et des rapides variations de température qui en sont la conséquence, on s'explique que, lorsque le Soleil se trouve dans l'hémisphère Nord, celui où les continents « de moindre capacité calorifique » atteignent leur plus grande extension, on enregistre plus de tremblements de terre que lorsque le Soleil se trouve dans l'hémisphère Sud et que ses rayons tombent en grande partie sur les Océans qui, grâce à leur plus grande capacité thermique, résistent aux changements rapides de température.

La statistique ci-dessus des 1944 tremblements de terre enregistrés à Tortosa confirme pleinement cette prévision; elle offre un maximum de 1144 séismes, durant les six mois d'avril à septembre, pendant lesquels la déclinaison du Soleil est septentrionale, et un minimum de 800 pendant les mois d'octobre à mars, où la déclinaison est méridionale; un excès de 43 pour 100 caractérise la période durant laquelle le Soleil se trouve dans l'hémisphère Nord.

Une autre confirmation de l'influence solaire sur les tremblements de terre est offerte par la statistique de 276 séismes relativement proches, avec épicentre situé à moins de 1000^{km} de distance de l'Observatoire de l'Èbre. Quoique de moindre valeur, à cause du nombre limité des séismes relevés, cette statistique offre aussi un maximum de 66 tremblements de terre enregistrés entre 15^h et 18^h, et un minimum de 28 entre 5^h et 8^h, en rapport avec l'effet thermique. Un autre maximum secondaire, constaté entre 23^h et 2^h, ne permet pas une explication aussi facile.

La distribution annuelle de ces 276 séismes est plus irrégulière et capricieuse; mais, ici encore, les trois mois d'été, juillet, août et septembre, présentent un maximum de 75 et les trois mois d'hiver, décembre, janvier et février, un minimum de 60.

L'homogénéité des renseignements ci-dessus analysés ne permet pas de mettre en doute l'influence directe du Soleil dans la genèse des tremblements de terre.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres continus de l'hydrogène liés aux séries de Balmer et de Paschen.* Note [1] de MM. **D. Chalonge** et **Ny Tsi Zé**, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons montré [2] que le spectre d'un tube à hydrogène excité par des décharges fortement condensées ne contient plus qu'une proportion très faible de radiations d'origine moléculaire et se compose (dans le visible et le proche ultraviolet) de la série de Balmer et du spectre continu qui lui fait suite. L'effet Stark provoqué par l'énorme champ interatomique dû aux ions et aux électrons libres provoque d'une part un élargissement considérable des raies de Balmer dont seules les six ou sept premières existent, d'autre part un très grand déplacement de la limite du spectre continu du côté du rouge.

Influence de la pression. — Lorsque l'on fait croître progressivement la pression de l'hydrogène (de $0^{mm},3$ à 23^{mm} de mercure) dans un tube que l'on excite constamment par les mêmes décharges fortement condensées, on constate que la courbe de répartition de l'énergie entre les diverses radiations se modifie et tend vers une courbe limite qui semble atteinte vers 18^{mm}. Les raies du spectre secondaire (raies d'origine moléculaire), assez nombreuses pour une pression de $0^{mm},3$, s'affaiblissent rapidement lorsque la pression croît et ont pratiquement disparu à 18^{mm} : ceci fait supposer qu'aux faibles pressions le rayonnement continu observé est la superposition du spectre continu de la molécule et de celui de l'atome, et que ce dernier subsiste seul aux hautes pressions. La première étude [3] ayant été faite à l'aide d'un tube rempli sous une pression de 3^{mm}, c'est-à-dire un peu trop faible, nous l'avons recommencée sur un tube contenant de l'hydrogène sous 20^{mm}.

Spectre continu de la série de Balmer. — Nous avons déterminé sa courbe d'énergie en le comparant photographiquement au spectre du cratère positif de l'arc au charbon considéré comme un corps noir à 3780° K. [4].

---

(1) Séance du 10 février 1930.

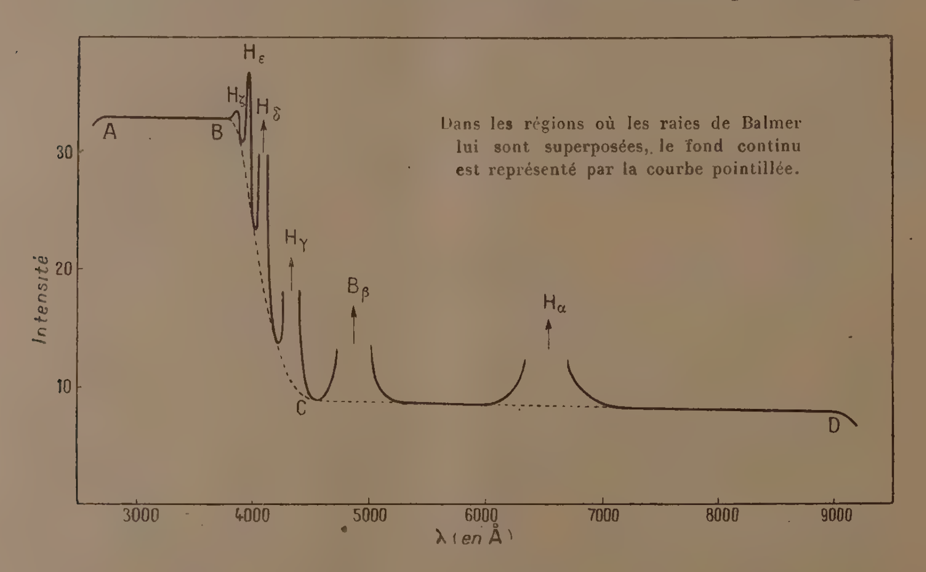
(2) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 243.

(3) *Loc. cit.*

(4) Les difficultés d'ordre photométrique que soulève la comparaison photographique des courbes d'énergie d'une source constante et d'une source intermittente seront discutées dans une autre publication. Nous avons reconnu que cette comparaison était possible en utilisant les méthodes ordinaires de la photographie.

Cette courbe, rapportée à une dispersion normale, est représentée en ABC, entre 2600 et 4300 Å. A la précision des expériences près [1], l'énergie est répartie uniformément entre les radiations de 3800 Å à 2600 Å.

Spectre continu de la série de Paschen. — L'examen au spectroscope du tube rempli sous 20mm révèle l'existence d'un fond continu très intense qui s'étend, du côté du rouge, bien au delà de la raie H_α, jusqu'à la limite de sensibilité de l'œil. Avec la collaboration de M. Calzavara, qui nous a pré-



paré des plaques permettant de photographier sans voile jusqu'à 9200 Å, nous avons pu constater que ce rayonnement continu se prolongeait au delà de la limite de sensibilité des plaques. Il peut être attribué, lui aussi, à l'atome : si en effet on excite le tube au moyen de décharges alternatives non condensées, de façon à obtenir le spectre secondaire et le spectre continu moléculaire, il disparaît et se trouve remplacé par de nombreuses raies secondaires se détachant sur un fond continu extrêmement faible. Nous avons déterminé sa courbe d'énergie en le comparant photographiquement au spectre de la flamme d'un étalon Féry à acétylène, dont la répartition spectrale est la même, dans le domaine considéré, que celle d'un corps noir

(1) Les ordonnées de cette courbe sont déterminées avec une précision qui ne dépasse pas 10 pour 100.

à 2460° K. [1]. La répartition nous est apparue comme à peu près uniforme : elle est représentée par la courbe CD.

Il est vraisemblable que ce spectre est celui qui succède à la série de Paschen ; s'il n'y avait pas d'effet Stark il commencerait vers 8200 Å, mais il est probable que sa limite est beaucoup plus déplacée vers les grandes longueurs d'onde que celle du spectre continu de Balmer : en effet, les six premières raies de la série de Balmer existant seules (la sixième extrêmement faible d'ailleurs), il semble qu'il n'y ait plus aucune orbite quantifiée de quantum total supérieur à 8 ; la dernière raie observable dans la série de Paschen du côté des courtes longueurs d'onde, celle qui vraisemblablement limite le spectre continu, doit donc être

$$\lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{8^2}\right)} = 9546 \text{ Å};$$

elle se trouve bien en dehors de la zone de sensibilité des plaques utilisées [2].

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du premier spectre d'étincelle du mercure* HgII. Note de MM. G. **Déjardin** et R. **Ricard**, présentée par M. Ch. Fabry.

La classification du premier spectre d'étincelle du mercure HgII a été récemment développée par Paschen [3], en prenant pour point de départ les attributions proposées par Caroll et confirmées par divers résultats expérimentaux [4]. L'analyse théorique de ce spectre ne pouvait être tentée qu'après l'avoir séparé expérimentalement des spectres d'ordre supérieur HgIII et HgIV. A cet égard la technique employée par Paschen semble beaucoup *moins efficace* que la méthode de la décharge sans électrodes,

---

(1) Coblentz, *Sc. Pap. Bur. Stand.*, 15, 1920, n° 362. Cette source est beaucoup plus stable et d'un emploi beaucoup plus commode que l'arc.

(2) On peut avec ces plaques dépasser largement 1µ, mais des poses très longues sont alors nécessaires et la lumière diffusée rend difficile l'étude du fond continu.

(3) *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-Math. Klasse*, 32, 1928, p. 32.

(4) G. Déjardin, *Annales de Physique*, 10e série, 8, 1927, p. 424.

utilisée dans le même sens par L. Bloch, E. Bloch ([1]) et G. Déjardin. Dans l'intervalle spectral 8000-1850 Å, environ 250 raies ont été retenues par Paschen et considérées comme susceptibles d'appartenir au spectre Hg II. En fait les nombreuses raies *non classées* peuvent être groupées en deux catégories comprenant chacune une cinquantaine de raies :

1° Dans le premier groupe figurent les raies appartenant très probablement au spectre Hg III, d'après la technique du tube sans électrodes. Cette hypothèse a d'ailleurs été confirmée par la classification partielle du spectre Hg III obtenue par Mc Lennan, Mc Lay et Crawford ([2]);

2° D'après les spectrogrammes fournis par la décharge sans électrodes, les autres raies non classées se rattachent manifestement au premier degré d'excitation, c'est-à-dire au spectre d'étincelle du premier ordre. Toutefois, elles comprennent, presque sans exception, les raies du groupe E'_1, dont l'existence a été mise en évidence par la méthode du choc électronique (G. Déjardin, Eldridge). Ces raies se distinguent de celles du groupe E_1 (lesquelles font partie des raies classées de Paschen) par leur potentiel d'excitation plus élevé, leur évolution à tension croissante et par l'influence de l'hélium sur leur intensité relative ([3]).

L'examen sommaire des raies non classées de la seconde catégorie nous a permis de dégager les régularités suivantes :

λ.	Δν.	λ.	Δν.	λ.	Δν.	λ.	Δν.
3277,87 3264,06*	129,0	5307,8 4751,17	2206,6	4040,49 3549,41*	3423,2	3264,06* 2935,92*	3423,0
2947,08* 2935,92*	128,9	4704,63 4261,88	2207,6	3914,29 3451,69*	3422,8	2981,61 2705,36*	3423,5
1978,08 1973,06	128,8	3604,09 3338,42	2207,3	3604,09 3208,20*	3422,8	2797,43 2552,87*	3423,3
4040,49 3914,29	797,7	2981,61 2797,43	2207,4	3386,99 3035,10	3422,0	2492,09* 2296,12	3423,4
3549,41* 3451,69*	797,3	2705,36* 2552,87*	2207,2	3277,87 2947,08*	3423,1		
2761,97 2702,47	796,8						

Les groupements précédents comprennent seulement trois raies classées par Paschen (4705, 3338 et 2492). Par contre, ils font intervenir la plupart

([1]) L. et E. Bloch, *Journal de Physique*, 6e série, 4, 1923, p. 333.

([2]) *Transactions of the Royal Society of Canada*, 3e série, 1928, p. 247.

([3]) G. Déjardin, *Ann. de Phys.*, 10e série, 2, 1924, p. 241, et 8, 1927, p. 424; *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 69.

des raies E'_1, indiquées par le signe *, et en particulier les raies typiques (3264, 3208, 2947 et 2936) dont le potentiel d'excitation est compris entre 26 et 30 volts. Ces résultats semblent confirmer la réalité du spectre E'_1 ([1]) et, indépendamment de toute hypothèse, révèlent la complexité du premier spectre d'étincelle du mercure.

Parmi les raies attribuées à l'atome doublement ionisé (Hg III), d'après la décharge sans électrodes, les deux groupes : 5746, 4-3358, 78 et 4212, 22-2769, 22, présentent la même séparation égale a 12367 cm^{-1} et correspondant à $6p^3F_4 - 6p^3F_3$. Les raies 4212 et 3358 figurent dans la liste de Paschen, ainsi que 3312,31 dont la classification est certainement erronée. En effet, l'excitation de cette dernière raie a été obtenue par choc électronique, et elle appartient sans aucun doute au spectre Hg III.

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite de soude et du sulfate de magnésie hydratés.* Note de M. **J. Perreu**, présentée par M. C. Matignon.

La chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite de soude à cinq molécules d'eau, et du sulfate de magnésie à sept molécules d'eau, a été mesurée à 11°C, de la même façon que celle des autres sels précédemment étudiés ([2]).

Aucun travail antérieur sur les chaleurs spécifiques des solutions d'hyposulfite, n'ayant été publié, j'ai dû tout d'abord mesurer la chaleur spécifique des solutions de ce sel, que je devais utiliser.

J'ai employé à cet effet un procédé décrit par Berthelot ([3]), et qui est basé sur la méthode des mélanges. Les chaleurs spécifiques moyennes de 14° à 34°, ainsi trouvées, sont les suivantes, en définissant les concentrations par le nombre p, de grammes de sel hydraté contenus dans 100^g d'eau libre.

Concentrations des solutions p (%)	25.	50.	75.	100.	120.	130.	135.	140.	145,8.
Chaleurs spécifiques	0,884	0,824	0,791	0,769	0,758	0,754	0,750	0,748	0,744

Méthode directe. — Voici les résultats fournis par cette méthode :

([1]) Contestée par Valasek, *Journal of the Optical Society of America*, **17**, 1928, p. 102.

([2]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 167, 285 et 462; **190**, 1930, p. 52.

([3]) Berthelot, *Précis de Calorimétrie chimique*, p. 174.

Hyposulfite de soude.

Concentrations des solutions en sel p.	en eau n.	Q_n moléculaire.
		cal.
0	∞	$-11,56$ (1)
25	55,111	$-9,22$
50	27,555	$-8,17$
75	18,37	$-7,76$
100	13,777	$-7,60$
120	11,481	$-7,54$
130	10,598	$-7,51$
135	10,205	$-7,50$
140	9,841	»
145,8 (sat.)	9,449	$-7,49$ (extrap.)

Sulfate de magnésie.

Concentrations des solutions en sel p.	en eau n.	Q_n moléculaire.
		cal.
0	∞	$-3,81$
20	68,416	$-3,94$
40	34,208	$-4,03$
60	22,805	$-4,07$
70	19,547	$-4,10$
80	17,104	$-4,11$
90	15,203	$-4,12$
93,5 (sat.)	14,634	$-4,13$ (extrap.)

(n, étant le nombre de molécules d'eau dissolvant une molécule de sel hydraté).

La chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite, obtenue par extrapolation, est $L = -7^{cal},49$; celle du sulfate de magnésie, $L = -4^{cal},13$.

Méthode des chaleurs de dilution. — La mesure directe des chaleurs de dilution des solutions d'hyposulfite, jusqu'à 1 pour 100, a donné les nombres ci-après.

Concentrations des solutions à diluer. p.	n.	Chaleurs de dilution moléculaires. $f(n)$.
%		cal.
160 (sursat.)	8,611	$-3,38$
145,8 (sat.)	9,449	$-3,31$
140	9,841	$-3,28$
135	10,205	$-3,26$
130	10,598	$-3,23$
120	11,481	$-3,16$

Concentrations des solutions à diluer. p.	n.	Chaleurs de dilution moléculaires. $f(n)$.
%		cal.
100	13,777	$-3,01$
75	18,37	$-2,73$
50	27,55	$-2,28$
25	55,11	$-1,54$
5	275,55	$-0,16$

Pour la saturation,

$$f(n)_{sat.} = 3^c,31, \qquad f'(n)_{sat.} = 0,08; \qquad nf'(n)_{sat.} = -0^c,75.$$

D'où $L = 11^c,56 + 4^c,06 = -7^c,50$.

La mesure directe de la chaleur d'addition A (correspondant à la dilution d'un grand excès de solution saturée par la masse d'eau qui dissout à saturation la molécule — g de sel hydraté), donne $A = -0^{cal},70$.

D'où $L = -7^{cal},55$.

En déterminant les chaleurs de dilution et d'addition par une méthode indirecte ([1]), j'ai trouvé des résultats qui sont d'accord avec les précédents.

Dans le cas du sulfate de magnésie, la mesure directe de la chaleur de dilution moléculaire de la solution saturée, donne $f(n)_{sat} = 0^{cal},12$. Pour des solutions de concentration moindre, les variations de température descendent rapidement au-dessous de $0^{o},01$; les résultats obtenus manquent de précision.

La mesure directe de la chaleur d'addition donne $A = 0^{cal},24$.

D'où l'on tire $L = -3^{cal},81 - 0^{cal}12 - 0^{cal},24 = -4^{cal},17$.

La méthode indirecte ([1]) donne pour les chaleurs de dilution les nombres suivants :

Concentrations des solutions.

p.............	93,5 °/₀ (sat.)	90	80	70	60
n.............	206,729	214,768	241,588	276,1	322,1
$f(n)$ (cal.).....	0,12	0,11	0,08	0,05	0,03

Par suite : $f'(n)_{sat} = -0,0175$; $A = -nf'(n)_{sat} = 0^{cal},25$.

D'où $L = 4^{cal},18$.

En résumé, les diverses méthodes employées pour déterminer la chaleur de dissolution limite des deux sels étudiés donnent des valeurs assez concordantes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les bronzes d'aluminium spéciaux, au zinc, au silicium et à l'antimoine.* Note ([2]) de M. **Armel Sévault**, présentée par M. Léon Guillet.

Cette étude sur les bronzes d'aluminium spéciaux, riches en cuivre, a été entreprise pour mettre en vue l'influence des additions sur la position des points de transformation, sur les propriétés physiques et la structure micrographique en fonction des traitements thermiques.

Bronzes d'aluminium au zinc. — A la suite de recherches sur les bronzes d'aluminium au zinc, Robin ([3]) avait trouvé que l'addition de zinc pour certaines teneurs pouvait déterminer la formation de la structure en

---

([1]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 462.

([2]) Séance du 10 février 1930.

([3]) *Sur les constituants en aiguilles des alliages* (*Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale*, **112**, 1er semestre 1913 p. 12).

aiguilles. La présente étude n'a pas confirmé l'existence de cette propriété.

J'ai trouvé que l'addition de zinc est sans influence sur la position des points de transformation et que cet élément se dissout dans la solution solide α. Dans le cas où l'alliage est formé de deux constituants α et γ, il se comporte de même et doit entrer en solution dans un de ces constituants, lorsque sa teneur varie de 1 à 10,02 pour 100 et que la teneur en aluminium varie de 10,08 à 12,8. Si la teneur en zinc est égale ou supérieure à 14,5 pour 100 et la teneur en aluminium inférieure à 8 pour 100, il apparaît un constituant spécial qui existe même après des trempes successives. Dans ce dernier cas il se présente sous forme de constituant mâclé et un revenu vers 650° le fait disparaître et donne une cristallisation normale. Les alliages uniquement constitués de $\alpha + \gamma$ prennent la trempe : à 650° avec formation de la structure « en fer de lance », à 800° avec la structure en aiguilles.

D'après mes expériences, le tableau suivant montre l'influence du zinc sur la dureté des bronzes d'aluminium :

Composition des alliages.			Duretés à l'état (bille de 10mm, charge 1000kg).					
			Brut		Trempés à			
Cu.	Al.	Zn.	de coulée.	Recuit.	500°.	650°.	800°.	900°.
84,5	12,8	2,7	245	245	245	147	125	104
86,6	12	1,6	301	290	290	145	147	104
71,1	8	20,9	244	226	228	148	165	189
92,15	5,76	2,01	47	47	48	82	87	84
88,9	10,1	1	151	134	132	129	224	226
88,6	10,2	1,5	108	121	114	121	210	244

Les alliages constitués de $\alpha + \gamma +$ constituant spécial sont adoucis par trempes à hautes températures et un revenu vers 450° tend à leur rendre leur dureté initiale.

Les alliages, dans lesquels le zinc entre en solution dans $\alpha + \gamma$, voient croître leur dureté par trempe, et reviennent à leur dureté primitive par un revenu vers 550°.

La résistivité électrique suit les mêmes variations.

Bronzes d'aluminium au silicium. — Dans mes expériences les teneurs en silicium ont varié de 0,43 à 4,31 pour 100 et l'aluminium de 8,6 à 13 pour 100. L'élément spécial est sans influence sur la position des points de transformation.

Lorsque la teneur en silicium est inférieure à 1,85 pour 100 et que le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{silicium}}$ est supérieur à 4,6 il n'y a pas formation d'un élément

spécial; mais l'entectoïde des bronzes d'aluminium n'est plus résoluble au microscope. Lorsque la teneur en silicium est supérieure à 1,85 pour 100 avec le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{silicium}}$ égal ou inférieur à 4,6 il apparaît un troisième constituant.

Ce constituant spécial entre en solution par des trempes à températures élevées et l'on obtient alors une structure aciculaire; il réapparaît par revenu vers 650°.

Comme le montre le tableau suivant, le constituant spécial apporte une grande dureté aux alliages :

Composition des alliages.				Duretés à l'état (bille de 10^{mm}, charge 1000^{kg}).					
						Trempes à			
Cu.	Al.	Si.	Si-gr.	Brut de coulée.	Recuit.	500°.	650°.	800°.	900°.
88,4	11,2	0,43	–	147	130	151	168	228	228
89,2	9,8	0,9	–	112	115	91	138	210	185
88,3	10,1	1,5	–	147	151	129	157	228	197
89,3	9,0	1,6	0,25	185	165	181	170	185	157
89,8	8,6	2	0,5	228	205	210	170	168	157
85,1	13,0	1,9	0,85	300	290	245	245	245	244
85,5	11,24	3,41	0,9	240	230	210	205	189	210

Les alliages de constitution $\alpha + \gamma$ ont des duretés qui croissent par trempe à haute température; le phénomène contraire se passe lorsqu'il y a présence du constituant spécial. Nous remarquerons que, pour l'alliage de compositions Cu 85,1, Al 13,0, Si 1,9, Si-gr. 0,85, la dureté est peu modifiée par les trempes successives.

La résistivité électrique suit les mêmes variations.

Bronzes d'aluminium à l'antimoine. — Dans mes expériences, les teneurs en antimoine ont varié de 1,18 à 14,6 pour 100 et l'aluminium de 4 à 15,5 pour 100.

Tant que la teneur en antimoine est inférieure à 4,5 pour 100, le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{antimoine}}$ restant égal ou supérieur à 3,3, il n'y a pas formation de constituant spécial et, lorsque ce rapport est égal ou inférieur à 6, on trouve des traces d'antimoine libre. Lorsque la teneur en antimoine est égale ou supérieure à 4,5 pour 100 et que le rapport précédent est inférieur à 3,3, le constituant α prend la forme, à l'état brut de coulée, d'aiguilles entre-croisées rappelant l'aspect de la martensite, avec présence abondante d'antimoine libre.

Les alliages formés des deux constituants α et γ présentent un maximum

de dureté par trempe à 650°; les alliages à structure en aiguilles ont leur maximum par trempe à 500°, Ils prennent tous, par trempe et revenu, la structure aciculaire, sauf l'alliage de composition Cu 88,7, Al 10, Sb 1,4, qui donne lieu à la formation de macles. L'antimoine apporte une très grande fragilité, donne naissance à des microretassures nombreuses et est sans influence sur la position des points de transformation au chauffage et au refroidissement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le silicium fondu compact et la densité de cet élément.* Note de M. **Ch. Bedel**, présentée par M. A. Béhal.

Le silicium fondu fournit généralement, par refroidissement, un solide d'aspect poreux.

Nous avons pu cependant préparer de petites masses compactes en opérant de la façon suivante :

A du silicium passant au tamis 80, on ajoute 10 pour 100 de fluosilicate de potassium. Le mélange est introduit dans un tube de quartz, puis recouvert d'une légère couche du même sel; on place le tube dans un four électrique à résistance (résistance formée de graphite granulé). On élève progressivement la température jusqu'à 1500°. Le silicium est à ce moment parfaitement fondu. Après refroidissement, le tube est brisé et l'on en retire un culot de couleur grise, à surface unie, ne présentant même à l'intérieur ni failles, ni pores, visibles à l'œil nu. Le microscope permet toutefois d'y déceler encore la présence de petites cavités.

Nous avons déterminé la densité de ce produit, et nous l'avons comparée à celle des siliciums cristallisés dans l'aluminium ou dans le zinc. Les valeurs indiquées par les auteurs pour cette constante ne concordent pas. Elles varient de 2,044 à 2,49; celle donnée pour le silicium commercial est même de 1,90.

Nos déterminations ont été effectuées de la façon suivante :

Le flacon à densité dont nous nous sommes servi se compose d'un récipient cylindrique en pyrex à parois épaisses, de 6^{cm} de hauteur et de 2^{cm} de diamètre. Un bouchon soigneusement rodé, également en pyrex, s'y enfonce sur une longueur de $1^{cm},3$. Il est perforé d'un canal de 1^{mm} de diamètre, évasé à sa partie supérieure en forme de cupule. Après refroidissement de 2 heures dans une enceinte à 0°, on enlève l'eau qui se trouve dans la cupule, l'affleurement se faisant au niveau du tube capillaire à la partie inférieure de celle-ci. La pesée est effectuée après un séjour de 2 heures dans une atmosphère sèche.

Cet appareil nous a permis d'effectuer des déterminations avec une précision nettement supérieure à celle que nous avons obtenue avec les divers dispositifs ordinairement adoptés.

Les résultats ci-dessous se rapportent à la densité prise dans l'eau à la température de 0° :

Silicium.	État de division.	Si %.	Densités.	Moyenne des densités.
A l'aluminium................	0,05 à $0^{mm},15$	97,27	2,3284 2,3275 2,3217	2,326 ± 0,0033
Au zinc (cristaux)............	1^{mm} à 7^{mm}	96,88	2,3270 2,3329 2,3323 2,3268	2,329 ± 0,0030
Au zinc (pulvérisé et lavé à HF).	< tamis 120	98,08	2,3334 2,3343 2,3335	2,333 ± 0,0004
Fondu (fragments)............	Longueur 3^{cm}; diamètre $1^{cm},6$	98,94	2,3073 2,3083 2,3073 2,3066 2,3077 2,3071	2,307 ± 0,0008
Fondu (concassé et lavé à HF)..	Tamis 80/120	–	2,3370 2,3296 2,3278	2,331 ± 0,0046
Fondu (pulvérisé et lavé à HF).	< tamis 120	–	2,3305 2,3319 2,3272	2,330 ± 0,0023

Il résulte de l'ensemble de ces déterminations qu'on peut attribuer au silicium cristallisé et au silicium fondu convenablement divisé une même densité, qui est égale à 2,33. Pour les fragments fondus préparés par nous, elle est inférieure, sans toutefois s'abaisser au-dessous de 2,30.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles synthèses de l'acide cyanique et de l'urée par oxydation, en présence d'ammoniaque, du carbone et de ses dérivées.* Note de M. **Georges Laude**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

I. En cherchant l'origine de l'urée formée par oxydation des substances organiques en milieu ammoniacal, M. R. Fosse (¹) a découvert que les pro-

(¹) R. Fosse, *Annales de l'Institut Pasteur*, 34, x, octobre 1920, p. 715.

tides, les glucides, le glycérol et l'aldéhyde formique donnent naissance à l'acide cyanique, dont la formation vainement tentée par de nombreux auteurs était considérée comme irréalisable. Avec M. R. Fosse [1] nous avons démontré que l'acide cyanique est un produit constant de l'oxydation des principes carbonés, naturels ou artificiels, appartenant aux fonctions : alcool, phénol, aldéhyde, acétone, acide, amine, amide, nitrile, carbylamine.

2. Dans cette Note nous généralisons encore cette synthèse et nous démontrons que l'acide cyanique se produit lorsqu'on oxyde en présence d'ammoniaque les représentants des fonctions qui suivent : alcaloïdes, corps à noyau hétérocyclique oxygéné ou azoté, dérivés halogénés de carbures saturés, carbures d'hydrogène cyclaniques, cycléniques, cycliques et aliphatiques.

Si des molécules aussi complexes que les alcaloïdes et les noyaux hétérocycliques peuvent se dégrader en carbimide, le corps le plus simple de la Chimie organique, le carbone, est capable lui-même de s'unir dans les mêmes conditions à l'azote, à l'oxygène et à l'hydrogène pour former l'acide cyanique.

3. Nous réalisons ces synthèses en traitant le corps à oxyder par du permanganate, généralement alcalin, en présence d'ammoniaque concentrée. Avec certains corps la décoloration du permanganate, signe de l'oxydation, ne se produit pas. Il est alors nécessaire d'avoir recours à la chaleur et surtout à l'influence d'un catalyseur. Après destruction de l'oxydant on essore et l'on obtient une liqueur limpide. Une partie de cette liqueur sert à la recherche et au dosage de l'acide cyanique par transformation en urée de la carbimide qu'elle peut contenir. L'autre partie sert à former le sel d'argent de l'acide cyanique. Ce sel, obtenu dans un grand état de pureté par cristallisation dans l'eau chaude, donne toujours très nettement, dans ces conditions, les réactions spécifiques des cyanates, celles du cobalticyanate de potassium et de l'hydroxylurée.

4. Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus.

---

(1) R. Fosse et G. Laude, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 684 et 1240; **173**, 1921, p. 318.

Substances.	Proportions des réactifs. Matière.	H²O.	NH³ concentrée.	MnO⁴K ou MnO⁴Na.	Volume total de liquide.	Urée pour 100ᵍ ou centimètre cube de matière avant chauffage.	après chauffage.	Réaction colorée effectuée sur le cyanate d'argent obtenu par la méthode du cobalticyanate.	de l'oxyurée.
Alcaloïdes.									
Chlorhydrate de quinine....	g 0,05	0	cm³ 6	g 0,7	cm³ 15	traces	g 9,85	+	
Chlorhydrate de morphine.	0,05	0	6	1,5	20	traces	14,28		
Chlorhydrate de cocaïne...	0,05	0	6	0,6	15	0	8,14		
Composés hétérocycliques.									
Furfurol..................	0,2	5	8	2,5	25	traces	7,5		
Pyrrol....................	0,2	0	10	3	25	traces	13,39	+	
Diméthylpyrone...........	0,1	4	6	2	25	traces	12,50	+	
Pyridine et Cu............	0,5	0	10	4	20	0	1		
Pipéridine................	0,2	0	10	2	25	traces	6,69		
Pipérazine hydratée........	0,2	4	8	1,2	25	2,05	11,69		+
Indigotine................	0,1	0	5	1	10	5,42	13,42		
Dérivés halogénés de carbures saturés.									
Iodure de méthyle.........	0,2	0	5	3	20	0	5,21	+	+
Iodure d'éthyle............	0,2	0	8	1	20	0	2,92		+
Chloroforme...............	0,2	0	8	1	15	0	0,85		
Chloroforme et Cu.........	0,2	0	8	1	20	0	2,8	+	+
Carbures d'hydrogène.									
Éthylène..................	0,125	0	10	8	60	traces	2,74	+	
Acétylène.................	0,116	0	10	8	60	traces	3,69	+	+
Benzène et Cu............	1	0	10	0,3	20	0	traces		
Naphtalène + Cu..........	1	0	30	10	40	0	1,82	+	
Anthracène + Cu..........	1	0	30	8	35	0	1,12		
Cyclohexane + Cu.........	1	0	10	1	15	0	traces		
Diméthylcyclohexane + Cu.	1	0	10	1	15	0	0,91		
Cyclohexène + Cu.........	1	0	10	1	15	0	1,71		+
Méthylcyclohexène + Cu...	1	0	10	1	15	0	1,93		+
Pinène α..................	0,2	0	5	2	15	traces	5,35		
Carbone.									
Charbon de sucre..........	1	10	15	10	50	0	1,14		+

Les chiffres donnés ne représentent nullement le rendement maximum que l'on pourrait obtenir en faisant varier certains facteurs (température — catalyseur — proportion du composé soumis à l'oxydation) mais rendent compte de l'aptitude plus ou moins grande des corps à s'oxyder.

5. Parmi les synthèses effectuées, il est intéressant de signaler, outre celle réalisée à partir du carbone lui-même, celle obtenue à partir de la pyridine.

L'oxydation permanganique du noyau pyridique — l'un des plus résistants à la fracture par oxydation — a déjà été constatée par M. Delépine [1] qui, en milieu acide, constate une décoloration du permanganate, un dégagement tumultueux de CO^2 et propose comme équation d'oxydation

$$C^5H^5N + 5,5O^2 = 5CO^2 + NH^3 + H^2O.$$

Notre synthèse est réalisée en milieu fortement ammoniacal, en présence de poudre de cuivre, amorçant la réaction par la chaleur et en maintenant la température vers 30°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une classe de glycols benzèniques.* Note de M. **Deluchat**, présentée par M. Matignon.

Par condensation du di-aldéhyde-*o*-phtalique avec l'iodure de méthylmagnésium, Nelken et Simonis (*Ber. d. chem. Ges.*, 41, 1908, p. 986) ont obtenu l'*o*-dioxydiéthylbenzène, qu'ils décrivent comme un liquide huileux, se prenant en une masse vitreuse par refroidissement, et qu'une simple distillation dans le vide suffit à déshydrater avec formation de 1.3-diméthylphtalane. Ces mêmes auteurs ont aussi obtenu l'*o*-dioxydipropylbenzène, offrant les mêmes caractères que le glycol précédent.

Antérieurement à ces travaux, Harry Ingle (*Ber. d. chem. Ges.*, 27, 1894, p. 2527), réduisant par l'amalgame de Na une solution aqueuse de *p*-diacétylbenzène $C^6H^4(CO - CH^3)^2$, avait obtenu le *p*-dioxydiéthylbenzène, décrit par lui comme une huile épaisse indistillable.

Reprenant la méthode indiquée par Nelken et Simonis, nous avons fait agir chacun des trois di-aldéhydes phtaliques sur le bromure de méthylmagnésium et le bromure d'éthylmagnésium; nous avons ainsi obtenu, avec des rendements de l'ordre de 60 pour 100, outre les glycols déjà

---

(1) M. Delépine, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 206.

mentionnés, trois autres glycols, complétant la série des corps de formule :

$$C^6H^4(CHOH - CH^3)^2 \quad \text{et} \quad C^6H^4(CHOH - C^2H^5)^2;$$

en outre, l'action du bromure de phénylmagnésium sur les *m*- et *p*-di-aldéhydes nous a fourni deux glycols de formule

$$C^6H^4(CHOH - C^6H^5)^2.$$

Tous ces corps cristallisent avec plus ou moins de facilité; le fait que les auteurs déjà cités ont obtenu des huiles incristallisables semble indiquer qu'ils n'ont pas préparé ces glycols à l'état de pureté.

Nous avons préparé les di-aldéhydes phtaliques d'après les méthodes indiquées par Thiele et Günther (*Liebigs Annalen*, 347, 1906, p. 107), les *o*- et *m*-di-aldéhydes par ébullition du xylène tétrabromé correspondant avec l'oxalate de K en solution dans l'alcool à 50 pour 100, le *p*-di-aldéhyde en dissolvant le *p*-xylène tétrabromé dans l'acide sulfurique concentré.

o-dioxydiéthylbenzène. — Après condensation du di-aldéhyde *o*-phtalique en solution dans l'éther avec un excès de CH^3MgBr et destruction par l'eau acidulée, la couche éthérée est séparée, séchée sur CO^3Na^2; on sépare par distillation la majeure partie de l'éther, et soumet le liquide restant à une évaporation rapide; des cristaux apparaissent, que l'on essore, et purifie par deux cristallisations dans la benzine. On obtient ainsi des tablettes rectangulaires, fondant à 105°. Le mode de formation, l'analyse et les propriétés de ce corps indiquent la formule

$$C^6H^4(CHOH - CH^3)^2.$$

o-dioxydipropylbenzène. — L'action du di-aldéhyde *o*-phtalique sur C^2H^5MgBr donne, dans les mêmes conditions que précédemment, le glycol

$$C^6H^4(CHOH - C^2H^5)^2,$$

cristaux en aiguilles fondant à 79°, très solubles dans l'éther, peu solubles dans l'éther de pétrole et la benzine à froid.

m-dioxydiéthylbenzène. — Le *m*-di-aldéhyde phtalique réagit sur CH^3MgBr de même façon que l'*o*-di-aldéhyde, et l'évaporation de la solution éthérée fournit un produit cristallisé, qui après purification dans l'éther fond à 98°.

m-dioxydipropylbenzène. — Dans les mêmes conditions, C^2H^5MgBr donne un produit qui cristallise lentement de la solution éthérée. On le purifie en le faisant cristalliser au sein d'un mélange d'éther et d'éther de pétrole, et favorisant la cristallisation par une agitation constante durant l'évaporation du solvant. On obtient ainsi des cristaux fondant à 67°.

m-dioxydibenzylbenzène. — Le *m*-di-aldéhyde réagit de même sur le bromure de phénylmagnésium, et donne des cristaux formant un feutrage de fines aiguilles enchevêtrées, fondant à 157°.

p-dioxydiéthylbenzène. — Dans les mêmes conditions que précédemment, le *p*-di-aldéhyde phtalique réagit sur un excès de CH^3MgBr pour donner finalement un produit cristallisé purifié par recristallisation dans l'éther et fondant à 81°.

p-dioxydipropylbenzène. — En remplaçant CH^3MgBr par C^2H^5MgBr, on obtient ce glycol, cristaux en longues aiguilles fondant à 118°.

p-dioxydibenzylbenzène. — L'action du *p*-di-aldéhyde phtalique sur C^6H^5MgBr donne un produit cristallisé, peu soluble dans l'éther, assez peu soluble dans la benzine même à chaud, et fondant à 172°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Existence possible de plusieurs dibenzylidènecyclopentanones.* Note de M. **R. Cornubert**, présentée par M. M. Delépine.

Nous avons préparé la dibenzylidènecyclopentanone par condensation de la cyclopentanone et de l'aldéhyde benzoïquesous l'influence de divers agents : soude diluée, méthylate de sodium, éthylate de sodium, acide chlorhydrique, et avons toujours obtenu la même substance en cristaux feutrés jaune citron fondant à 190° après cristallisation dans l'alcool. L'analyse de cette substance, déjà examinée par différents auteurs, a donné des résultats théoriques (trouvé : H pour 100, 6,22 pour 6,15; C pour 100, 87,61 pour 87,70).

Ce corps a distillé à 267° sous 21^mm et a donné naissance à un solide jaune plus ou moins empâté par une résine brune, tandis qu'une partie de la matière mise en œuvre restait dans le ballon de distillation à l'état de goudrons. Le produit distillé, repris par l'alcool bouillant, a conduit à une substance plus soluble que le produit initial, d'un jaune plus pâle, fondant à point fixe à 129° et présentant la composition d'une dibenzylidènecylopentanone (trouvé : H pour 100, 6,16; C pour 100, 87,34). Dans une première opération de distillation, nous n'avons obtenu que cette nouvelle combinaison dibenzylidénique, dans d'autres, des mélanges de produit initial inaltéré et de la substance fusible à 129° dont nous avons séparé les constituants par cristallisation dans l'alcool.

Mais, en condensant, dans des expériences faites en collaboration avec M. Borrel, une α-méthylcyclopentanone souillée d'une petite quantité de cyclopentanone, avec l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide

chlorhydrique, nous avons obtenu, à côté des produits de condensation de la benzaldéhyde et de l'α-méthylcyclopentanone décrits par ailleurs [1], une substance de teinte jaune d'or vif fondant à 192°; le mélange de ce corps avec la dibenzylidénique fondant à 190°, a fondu à 165-170°. Cette substance, qui contenait une trace de chlore, a donné à l'analyse les teneurs suivantes : H pour 100, 6,55 et 6,35; C pour 100, 87,55 et 87,91, nombres assez voisins de ceux d'une dibenzylidènecyclopentanone. Cependant, la teinte ferait penser à l'existence d'une accumulation des liaisons doubles conjuguées comme il en existe une possible dans la dibenzylidènecyclopentylidènecyclopentanone (H pour 100, 6,75; C pour 100, 88,34). La formation de cette dernière paraît *a priori* peu probable car, lors de la condensation de la cyclopentanone pure et de la benzaldéhyde sous l'influence de l'acide chlorhydrique, nous n'avons obtenu que la dibenzylidénique fondant à 190° à côté de résines. Il faut noter dans tous les cas que ce corps fondant à 192°, qui se présente d'une manière bizarre à certains points de vue, fait sûrement intervenir la cyclopentanone, car on ne l'obtient plus avec l'α-méthylcyclopentanone pure. Ajoutons que, lors de la combustion, il ne s'est pas décomposé de la même façon que les corps fusibles à 190° et 129° qui ont présenté à ce point de vue les mêmes caractères.

Quoi qu'il en soit, les théories de Baeyer et de Sachse-Mohr accordant au noyau cyclopentanique une structure plane et ne faisant prévoir que deux dibenzylidènecyclopentanones [2] :

```
H  CH²——CH²  H            H  CH²——CH²  C⁶H⁵
|    |    |   |            |    |    |   |
C = C|    |C = C           C = C|    |C = C
|     \  /    |            |     \  /    |
C⁶H⁵   CO    C⁶H⁵          C⁶H⁵   CO     H
```

Isomère *cis*. Isomère *trans*.

nous allons préparer des quantités suffisantes de ces trois substances fondant à 129, 190 et 192°, pour essayer d'établir s'il s'agit d'isomères, de polymères, de formes cristallines, ou, pour le 192, de toute autre chose.

La dibenzylidénique F : 190, hydrogénée catalytiquement au nickel, a donné une cétone dibenzylée, F : 37°, $Eb._{15}$: 230°, qui a engendré une oxime,

---

(1) R. Cornubert et Chr. Borrel, *Bull. de la Soc. chim.*, 4° série, 45, 1929, p. 1148.

(2) Dans un précédent Mémoire (*loc. cit.*) M. Borrel et nous-même avons attiré l'attention sur les deux benzylidène-α-méthylcyclopentanones possibles. Nous espérons prochainement pouvoir décrire un autre couple de benzylidéniques cyclopentaniques.

F : 145°, une semi-carbazone, F : 156-157° et, avec un rendement théorique, une tétrahydropyronique, F : 201-202°, corps d'une résistance extraordinaire à la chaleur. Nous rappellerons que la dibenzylcyclohexanone n'a pu être combinée à la benzaldéhyde ([1]) et n'a pas engendré d'oxime dans les conditions habituelles de travail.

Nous indiquerons encore que la distillation de la dibenzylidènecyclohexanone F = 118° ne nous a donné que cette substance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrogénation de l'octohydrophénazine.* Note de MM. **Marcel Godchot** et **Max Mousseron**, présentée par M. M. Delépine.

L'un de nous a indiqué, en 1925 ([2]), qu'il était facile d'obtenir l'octohydrophénazine par action de l'ammoniaque sur l'*o*-monochlorocyclohexanone. Il nous a paru intéressant de soumettre cette base non saturée à l'action de différents modes d'hydrogénation en vue d'obtenir la base saturée correspondante, c'est-à-dire un véritable dérivé de la pipérazine, la bis-tétraméthylène pipérazine :

H^2C — CH^2 — H^2C — H^2C — CH^2 ; C H — NH — C H ; CH^2 — CH^2 — CH^2 ; C H — NH — C H

La présente Note a pour but de faire connaître nos premiers résultats.

I. En soumettant l'octohydrophénazine dissoute dans l'alcool absolu à l'action du sodium, on isole, parmi les produits de la réaction, une substance se purifiant parfaitement bien par cristallisations répétées dans l'alcool ordinaire, se présentant sous la forme de longues aiguilles incolores, fusibles à 133°-134°; la cryoscopie dans le benzène (P. M. trouvé, 192; théorie pour $C^{12}H^{22}N^2$, 194) et les analyses (trouvé : C pour 100, 73,88; H pour 100, 11,96; N pour 100, 14,10. Théorie pour $C^{12}H^{22}N^2$: C pour 100, 74,21; H pour 100, 11,34; N pour 100, 14,43) s'accordent pour assigner à ce nouveau composé la formule $C^{12}H^{22}N^2$ et il est dès lors très vraisemblable que la nouvelle base, ainsi isolée, n'est autre chose qu'une

(1) R. Cornubert et Chr. Borrel, *loc. cit.*

(2) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 444.

bis-tétraméthylène-pipérazine, résultant de la fixation de 6 atomes d'hydrogène sur l'octohydrophénazine. Cette base, lorsqu'on la fait cristalliser au sein de l'alcool, cristallise avec 2 molécules d'alcool éthylique qu'elle perd facilement dans le vide. Elle donne des sels très bien cristallisés (chlorhydrate, tartrate, picrate, chloro-platinate, etc.), dont l'étude est poursuivie.

Son dérivé dinitrosé $C^{12}H^{20}N^4O^2$ est constitué par de beaux prismes jaunes, fusibles à 161°-162°.

Cette bis-tétraméthylène-pipérazine dissout l'acide urique avec formation d'urate acide (1 partie d'urate se dissout dans 110 parties d'eau environ, à 20°, dans 60 parties à 35°).

Distillée enfin sur de la poudre de zinc, elle donne la phénazine elle-même fusible à 170°.

II. Si l'on entraîne par un courant d'hydrogène de l'octohydrophénazine en vapeurs sur du nickel réduit et chauffé vers 170°, on obtient également la bis-tétraméthylène-pipérazine, fusible à 133-134°, mais cette dernière ne se forme qu'au début de l'opération, le nickel perdant rapidement son activité. Si l'on essaie d'opérer en milieu liquide (alcool + octohydrophénazine), sous pression ou non, on ne fixe aucune quantité d'hydrogène.

III. Si l'on utilise, par contre, comme catalyseur d'hydrogénation le noir de platine préparé suivant la méthode décrite par Voorhes et Adams, on peut poursuivre l'hydrogénation de l'octohydrophénazine, dissoute dans l'acide acétique cristallisable. Les conditions dans lesquelles il faut se placer pour obtenir de bons résultats seront décrites ailleurs; disons seulement que la pipérazine obtenue est nettement différente de celle signalée plus haut; elle est beaucoup plus soluble dans les dissolvants; fusible vers 107°, elle ne peut être obtenue pure qu'en passant par son dérivé dinitrosé, belles aiguilles jaunes, fusibles à 182°; elle distille vers 170° sous 15mm; son pouvoir dissolvant de l'acide urique est nettement plus grand.

Il est infiniment probable que cette pipérazine (P. F. 107°) est un isomère stéréo-chimique de la bis-tétraméthylène-pipérazine (P. F. 133°); on sait en effet que, suivant le mode d'hydrogénation de certains composés non saturés, on peut obtenir tantôt un isomère cis, tantôt un isomère trans.

CHIMIE AGRICOLE. — *Action neutralisante sur le sol des silicates de la chaux hydraulique.* Note de MM. **Ch. Brioux** et **Edg. Jouis**, présentée par M. L. Cayeux.

Nous avons montré [1] que les silicates et les silico-phosphates de chaux entrant dans la constitution des scories de déphosphoration et des phosphates dits « désagrégés » se décomposent assez rapidement dans les sols acides, en libérant de la chaux capable de saturer l'acidité du sol.

Nous avons été conduits à examiner comment se comportent, dans les mêmes conditions, les silicates basiques de chaux qui existent dans certaines chaux maigres et constituent la majeure partie de chaux hydrauliques. L'emploi de ces dernières en agriculture, à défaut de chaux grasses, est sujet à controverses; la plupart des agronomes leur reprochent d'encroûter le sol si elles sont employées sans précautions; mais ils admettent généralement que les silicates et aluminates de chaux qu'elles renferment peuvent avoir une action neutralisante sur laquelle on n'est pas encore bien fixé (Muntz et Girard, Immendorf, Meyer, etc.).

Nos essais, basés sur la détermination des courbes de saturation des sols acides par la chaux, et conduits d'après la technique décrite dans notre précédente Note, nous ont permis de préciser ce point. La chaux hydraulique mise en expérience présentait la composition suivante :

Perte au feu	10,10
Chaux totale	52,60
Magnésie	1,70
Peroxyde de fer	2,40
Alumine	3,80
Silice gélatineuse	23,10
Sable siliceux	4,50
Indosé	1,80
	100,00

Sur les 52,60 pour 100 de chaux totale, il y avait 5,27 pour 100 de chaux recarbonatée et 6,05 pour 100 de chaux soluble dans l'eau sucrée.

Les divers lots de terres acides, additionnés de $0^{gr},5$ à $1^{gr},5$ de chaux hydraulique par kilogramme, et humidifiés à 50 pour 100 de leur capacité d'absorption, étaient maintenus dans une armoire frigorifique réglée à $+2^{\circ}$, de façon à éviter autant que

(1) Ch. Brioux et Edg. Jouis, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 177.

possible l'action secondaire sur la réaction du sol, de la nitrification et autres actions biologiques.

Les pH furent déterminés par l'électrode à hydrogène, et nous en avons déduit, comme précédemment, d'après les courbes de saturation des sols expérimentés, les doses de chaux active correspondantes.

Voici les résultats trouvés pour deux terres nettement différentes : n° 1, terre de limon non humifère, pH initial 5,76, acidité électrométrique 0,311 pour 1000; n° 2, terre humifère de défrichement, pH initial 5,57, acidité 1,12 pour 1000.

	Terre n° 1 : 0gr,5 de chaux hydraulique par kilogramme.			Terre n° 2 : 1gr,5 de chaux hydraulique par kilogramme.		
		Chaux active correspondant aux pH			Chaux active correspondant aux pH	
	pH.	pour 1kg de terre.	% de chaux hydraulique.	pH.	pour 1kg de terre.	% de chaux hydraulique.
		g			g	
Après 3 heures........	–	–	–	6,37	0,602	40,1
» 20 heures........	6,67	0,220	44,0	6,35	0,590	39,3
» 3 jours........	6,70	0,223	44,6	–	–	–
» 8 jours........	6,71	0,223	44,6	6,35	0,590	39,3

Nous constatons que l'action de la chaux hydraulique sur la réaction du sol est très rapide; après 3 heures de contact, l'effet est maximum pour la terre humifère n° 2, et l'on peut dire après 20 heures pour la terre n° 1. Nous ne tenons pas compte d'autres déterminations effectuées après le huitième jour, car elles indiquent pour la terre humifère une nouvelle et légère diminution d'acidité due, ainsi que nous l'avons vérifié, à une lente ammonisation de l'humus, malgré la température de + 2° à + 3°. Nous comptons revenir sur ce point.

La dose de chaux active trouvée varie de 40 à 44 pour 100, pour 52,6 pour 100 de chaux totale. Comme pour nos essais précédents, cette dose paraît être en rapport assez étroit avec la solubilité de la chaux hydraulique dans l'eau saturée de gaz carbonique, après 4 et 6 heures d'agitation (0gr,250 de chaux pour 500cm³ d'eau).

Voici en effet les résultats obtenus pour la poudre passant au tamis n° 100 :

Durée de l'agitation.	CaO dissoute pour 100.
4 heures..............................	41,55
6 heures..............................	44,91

La solubilité carbonique après 4 ou 6 heures d'agitation pourrait donc servir de base à l'appréciation des chaux agricoles renfermant une dose plus ou moins forte de silicates basiques de chaux.

Si l'on procède à plusieurs épuisements successifs sur la même prise d'essai de $0^{gr},250$ par 500^{cm^3} d'eau saturée de CO^2, on arrive à décomposer complètement les silicates et autres composés calciques de la chaux hydraulique.

	CaO dissoute, titrée alcalimétriquement.
Premier épuisement de 4 heures	41,55
Deuxième épuisement de 4 heures	10,42
Troisième épuisement de 4 heures	2,02
Total	53,99 (CaO + MgO)

Des essais exécutés sur un silicate monocalcique naturel (wollastonite) nous ont montré qu'il est moins facilement décomposable par CO^2 ou par l'acidité du sol. Par contre, un laitier de haut fourneau dosant 32,4 de silice et 45,9 pour 100 de chaux, incorporé à la terre nº 2, nous a donné une neutralisation correspondant à 28 pour 100 de chaux active après 15 jours (action lente et progressive).

PHYSIOLOGIE. — *Le système sympathique comme agent de la stabilité de l'organisme.* Note de M. **Cannon**, présentée par M. Charles Richet.

Par des procédés opératoires spéciaux, j'ai pu enlever complètement les deux troncs sympathiques depuis le ganglion cervical supérieur jusqu'aux ganglions pelviens chez des chats, des chiens et des singes. J'ai gardé les animaux en pleine santé et en pleine vigueur dans le laboratoire pendant plusieurs mois.

En comparant leur métabolisme basal avant et après l'opération, j'ai constaté que la sympathectomie ne réduit pas de plus de 10 pour 100 le métabolisme, réduction qui peut être considérée comme négligeable. De plus la sympathectomie n'empêche pas la femelle de reproduire : toutes les fonctions de reproduction persistent.

Mais il y a d'importantes déficiences dans l'organisme sympathectomisé.

La répartition vasomotrice du sang dans l'organisme, la dilatation des bronchioles et la libération d'adrénaline font défaut. Une agitation de 3 à 10 minutes provoque chez l'animal normal une augmentation moyenne de 34 pour 100 de sucre sanguin, tandis que chez les animaux sympathectomisés, la même durée d'excitation ne provoque aucun croît appréciable

de la glycémie. L'augmentation des globules rouges qui suit l'agitation chez l'animal normal manque chez l'animal sympathectomisé, par suite de la non-coopération de la rate. Après sympathectomie l'exposition au froid n'est plus suivie d'érection des poils.

Par suite de ces déficiences, la capacité de travail est fortement réduite. Presque toutes les adaptations circulatoires qui protègent l'organisme contre l'hyperthermie et la concentration des ions d'hydrogène manquent.

De même les animaux sympathectomisés résistent mal au froid. Placés dans une chambre froide, dont la température était de + 0°,8 à + 6°, ils se refroidissaient rapidement jusqu'au point où se produisait le frisson et alors la température restait basse et constante, grâce au frisson.

Ainsi, quoique les animaux sans sympathique continuent à vivre dans le laboratoire, en réalité ils ne peuvent vivre que d'une existence spéciale et limitée. On n'a donc pas le droit de dire que le système sympathique est d'une importance minime pour le fonctionnement de l'organisme, car, si les animaux sans sympathique étaient mis en liberté dans le monde extérieur, ils ne pourraient maintenir leur existence normale. Il ne pourrait y avoir aucune augmentation de la glycémie dans le cas où le glucose serait nécessaire, aucune polycythémie, aucune vaso-constriction splanchique avec augmentation de la pression sanguine et de la vitesse de la circulation qui en résulte, aucune modification circulatoire au bénéfice des muscles en contraction, aucune sécrétion d'adrénaline pour hâter la coagulation et venir en aide aux muscles fatigués.

Les déficiences de l'animal sympathectomisé sont surtout évidentes quand il est exposé au froid ou au chaud.

Bref il est incapable d'assurer, comme l'animal normal, la constance de son milieu intérieur.

Nous pouvons donc conclure que c'est la partie sympathique du système autonome qui agit directement et rapidement pour protéger contre toute funeste modification du milieu intérieur. En mobilisant les réserves de l'organisme et en modifiant la vitesse des processus métaboliques, elle fait en sorte que le milieu intérieur reste constant.

Le système sympathique peut donc être considéré comme l'agent spécial et immédiat de la stabilité de l'organisme.

PHYSIOLOGIE. — *La recharge glycémique du foie*. Note de MM. **F. Rathery**, **R. Kourilsky** et M[lle] **Yvonne Laurent**, présentée par M. A. Desgrez.

Sous le nom de recharge glycémique du foie, nous décrivons la sécrétion de sucre par le foie, qui se manifeste par un excès de sucre dans la veine sus-hépatique par rapport à la veine porte. Nous prélevons le sang directement par piqûre de la veine porte et de la veine sus-hépatique. Nous dosons concurremment le glycogène hépatique.

Chez le chien normal, cette recharge glycémique se juge par un excès de la glycémié sus-hépatique par rapport à la glycémie porte.

Sur les 28 chiens examinés, 25 fois ce lait se vérifia. Dans 3 cas seulement, il était en défaut et de peu (0,03).

L'écart habituel entre la glycémie sus-hépatique et la glycémie porte oscille entre 0,04 et 0,63/1000 avec une moyenne de 0,15 à 0,18.

Aucune relation n'apparaît entre le taux du glycogène hépatique et l'intensité de la fonction de recharge glycémique du foie.

Chez le chien dépancréaté (9 animaux). — 6 fois sur 9, la glycémie sus-hépatique restait supérieure à la glycémie porte. Cet écart varie de 0,04 à 0,86 (moyenne 0,35/1000). L'excès sus-hépatique s'est donc accru par rapport à la glycémie porte.

Malgré cette persistance de la recharge glycémique du foie, le glycogène hépatique a subi une baisse considérable; le foie continue donc à fournir du sucre, bien que le glycogène soit très abaissé.

Chez le chien inanitié (4 animaux). — L'inanition même prolongée (6 à 36 jours) n'amène pas toujours une fonte considérable du glycogène. La fonction de recharge glycémique du foie se fait comme chez le chien normal. L'écart entre la glycémie porte et la glycémie sus-hépatique est assez sensiblement le même, plutôt un peu inférieur (moyenne 0,12/1000). L'abaissement du glycogène hépatique est très variable d'un animal à l'autre. Le taux de cet abaissement est sans rapport avec la grandeur de l'écart porte-sus-hépatique :

Écart sus-hépatique porte	Glycogène hépatique.
0,21	1,47
0,19	0,45

Chez le chien inanitié et phloriziné (6 animaux). — Il y a un effondrement constant et considérable du glycogène hépatique.

On trouve ici des chiffres nettement inférieurs à ceux constatés chez les chiens dépancréatés; cette chute du glycogène hépatique est constante.

Or la glycémie sus-hépatique est toujours supérieure à la glycémie porte; les écarts ont atteint jusqu'à 0,16 et 0,33 (moyenne 0,13).

La recharge glycémique du foie s'opère donc alors que le glycogène hépatique a presque complètement disparu.

Conclusions. — La recharge glycémique du foie se retrouve constamment chez le chien normal, le chien dépancréaté, le chien inanitié et phloriziné.

Cette fonction de recharge glycémique du foie persiste quel que soit le taux du glycogène hépatique que celui-ci reste élevé (chien normal), qu'il soit légèrement (chien inanitié) ou fortement abaissé (chien dépancréaté) ou qu'il ne subsiste qu'à l'état de traces (chien inanitié et phloriziné), toujours le foie fabrique du sucre et le déverse dans la veine sus-hépatique.

La fonction glycogénique du foie ne joue donc qu'un rôle accessoire dans la production du phénomène.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la loi d'excitation neuro-musculaire par décharges électriques brèves chez l'homme.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

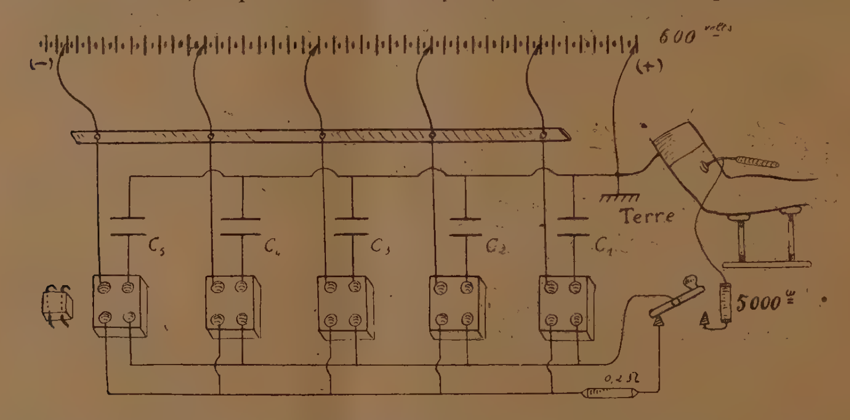
Des opinions diverses ont été émises sur la loi qui relie, pour les muscles rapides, les quantités d'électricité excitatrices de la secousse liminaire en fonction des temps de passage très brefs. Nernst avait prévu théoriquement une loi représentée par une parabole : $Q = K\sqrt{t}$. Notre théorie cinétique conduisait à une hyperbole à axe incliné $Q(AQ - t) = Bt$ (1). L'expérience pratiquée comme nous le rapportons ci-après, paraît établir que *la quantité liminaire à débiter en des temps très brefs est indépendante de la durée de la décharge.* Le domaine exploré s'étend de $2^{\sigma\sigma},5$ à $25^{\sigma\sigma}$ ($\sigma\sigma = 10^{-6}$ sec.). Pour des durées aussi brèves des précautions expérimentales rigoureuses doivent être prises. Nous avons adopté la méthode des décharges de condensateurs, seule convenable pour des durées de l'ordre indiqué. Les expériences ont porté sur l'homme par excitation percutanée monopolaire.

Les difficultés à surmonter étaient d'ordres divers : 1° On sait que la peau se comporte comme un diélectrique imparfait doué de capacité (en général plus de $\frac{1}{100}$ de microfarad environ par centimètre carré d'électrode

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 482.

excitatrice mouillée). Elle oppose aux courants continus sa résistance de diélectrique. Cette même résistance joue un rôle non négligeable pour les décharges moyennement rapides et vicie les mesures d'excitabilité. Au contraire les décharges très rapides s'effectuent par effet de capacité cutanée. La forme du courant n'est pratiquement pas modifiée si le condensateur de décharge a une capacité faible vis-à-vis de la capacité cutanée. Avec une électrode excitatrice de 5^{cm^2} nous pourrons utiliser sans cause d'erreur notable des capacités de $\frac{5}{1000}$ μf et au-dessous.

2° La constante de temps de décharge : $R \times C$ contient la résistance R du circuit total. Elle comporte en particulier la résistance r du corps entre électrodes. Celle-ci, mesurée à l'oscillographe cathodique, est faible puisque, dans le cas actuel, la peau n'intervient pas (250 ohms dans l'expérience sur



le biceps). Afin d'obtenir des décharges d'une durée suffisante vu la faiblesse de C_1, nous avons ajouté 5000 ohms en série avec le corps sous la forme d'une résistance électrolytique. Notons que R n'intervient plus si l'on évalue les temps en valeurs relatives.

3° Pour les décharges très brèves les pertes, par effet de capacité par rapport au sol, des fils, des instruments, du sujet risquent d'être importantes.

Nous les rendons peu sensibles en mettant le sujet au sol par l'intermédiaire de l'électrode indifférente qui constitue un anneau de garde autour du membre, au-dessus de la région explorée. Le membre lui-même est maintenu loin du sol par des isolants. Sont aussi à la terre les accumulateurs de charge (pôle +), les armatures inférieures des condensateurs.

Sont au contraire tenus éloignés de la table par des isolants évidés : l'électrode excitatrice, la résistance de 5000ω, la clef charge-décharge, les

blocs à godets de liaisons, et les fils de décharge. Les connexions, en fil épais, sont droites et courtes.

4° Si l'excitation à travers la peau présente l'avantage de laisser intact l'organe exploré, elle présente l'inconvénient des déplacements de l'électrode par rapport au point moteur. De minimes glissements de la peau sur les plans musculaires suffisent à faire varier notablement la valeur des seuils.

L'expérience nous a prouvé qu'il était illusoire de comparer entre elles des évaluations faites à intervalles espacés, nécessaires pour le réajustement laborieux de la capacité et du voltage correspondant, même avec l'aide d'un opérateur. Grâce à plusieurs blocs de paraffine, larges et fraîchement préparés, portant chacun quatre petits godets à Hg, il nous a été possible de comparer successivement les seuils obtenus avec cinq capacités, les voltages étant ajustés par des tâtonnements préalables. Les capacités utilisées étaient isolées au mica et encloses dans des tubes à vide. Nous les avons étalonnées, par un dispositif à oscillographe cathodique et triodes, en micro-microfarads. Voici les résultats d'une expérience sur le biceps :

C (en 10^{-12} farad)........	5000	3840	2567	2000	1800	956	$567^{\mu\mu}$
V (en volts).............	56	72	94	120	140	292	500
CV (en 10^{-9} coulomb)....	280	275	240	240	250	280	285

Nous notons systématiquement un léger abaissement de la quantité (de $\frac{1}{7}$ environ au maximum) pour les capacités moyennes telles que $1800^{\mu\mu}$, $2567^{\mu\mu}$ ..., et autres, malgré leur étalonnage précis et une recherche soignée et répétée des seuils. C'est que pour les capacités plus fortes le diélectrique peau doit commencer à intervenir et de plus les durées de décharge se rapprochent de celles où la loi linéaire se vérifie. Pour les capacités plus faibles les pertes et une distribution modifiée des lignes de courant dans l'organe exploré relèveraient là aussi la quantité à débiter. D'où l'existence d'un minimum pour les capacités moyennes (vers $2200^{\mu\mu}$). On peut donc admettre, en tenant compte de ces correctifs, la loi d'invariance des quantités liminaires pour les temps très brefs. Nous montrerons que la contradiction entre cette loi d'invariance et la forme générale de la loi d'excitabilité électrique, expliquée par la théorie cinétique, n'est qu'apparente.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la localisation de l'adrénaline virtuelle.* Note de MM. **A. Leulier** et **L. Revol**, présentée par M. A. Desgrez.

G. Mouriquand et A. Leulier [1] ont constaté la présence, dans les capsules surrénales fraîches de cobaye, d'une adrénaline qu'ils ont appelée virtuelle, parce qu'elle ne se pouvait déceler par ses réactifs chimiques spécifiques. A. Leulier et Gojon [2] ont noté un phénomène analogue dans les capsules surrénales de divers mammifères : bœuf, cheval, mouton, porc, chèvre, etc. D'après leurs recherches, chimiquement confirmées par celles de Paget et Lohéac [3] et même par celles de Mazocco et Molinelli [4], il semble que l'adrénaline est en partie engagée dans une combinaison particulièrement fragile puisqu'il suffit d'un séjour de 24 heures dans le vide pour la détruire [5]. Il restait à préciser à quelle partie de la glande était réservé ce rôle de fixation. Déjà des résultats inédits avaient permis à l'un de nous de prévoir la spécificité de la médullo-surrénale. Une série de nouvelles reeherches, poursuivies pendant plusieurs mois, a donné, semble-t-il, pleine confirmation de ce fait [6].

Voici en effet les chiffres trouvés sur des lots de corticale ou de médullaire aussi identiques que possible et traités soit à l'état frais, soit après 24 heures de séjour dans le vide sulfurique profond.

---

(1) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1352.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 547.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1421.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1001.

(5) Des expériences en cours nous ont montré qu'un chauffage de 15° à l'étuve à + 100 produisait un effet analogue.

(6) Il convient de signaler que nos analyses sont en contradiction avec celles publiées récemment par MM. J. Abelous et R. Argaud (*C. R. Soc. Biol.*, **102**, 1930, p. 129).

ADRÉNALINE POUR 1000 DE GLANDES FRAICHES.

Dosage immédiat.		Dosage après 24 heures de vide.	
Corticales.	Médullaires.	Corticales.	Médullaires.
	Mouton.		
0,28	3,00	0,24	4,02
0,19	3,05	0	6,66
0,18	3,57	0	6,57
indosable	5,80	indosable	6,80
»	3,83	»	4,00
»	6,30	»	8,62
»	4,55	»	5,40
»	4,60	»	6,20
»	4,38	»	4,57
»	4,44	»	5,45
	Bœuf.		
0,40	2,69	traces	3,70
0,35	2,91	0,15	4,25
0,21	4,27	0,16	4,72
0,17	4,98	0	5,02
0,60	6,50	traces	8,88
0,93	5,48	0,25	8,85
	Cheval.		
0,23	3,92	0,25	4,87
0,16	4,22	0,16	5,55
0,20	4,87	traces	7,03
0,12	4,90	»	9,00
0,40	5,19	»	7,27
traces	5,80	»	8,28

Sans préjuger en rien de la forme sous laquelle l'adrénaline est masquée dans la médullaire fraîche, les chiffres ci-dessus démontrent que cette médullaire s'enrichit considérablement par dessiccation dans le vide et que l'adrénaline libre aussi bien que virtuelle y semble étroitement localisée.

Par contre, si dans la corticale on rencontre parfois de l'adrénaline en proportion notable, il ne semble pas impossible d'attribuer ce fait à une dissection imparfaite ou à une diffusion de l'adrénaline médullaire. En tout cas, il ne nous a pas été permis de noter le moindre phénomène d'enrichisse-

ment, et tout se passe comme si la zone corticale n'intervenait point dans la libération d'adrénaline virtuelle (¹).

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'arrêt de l'intoxication diphtérique par le placenta.* Note de MM. **G. Mouriquand**, **A. Leulier**, et **P. Sedallian**, présentée par M. Charles Richet.

Nous avons montré que l'intoxication diphtérique altérait gravement la composition chimique de la partie médullaire ([2]), aussi bien que celle de la partie corticale ([3]) de la surrénale du cobaye. Cette altération se produit aussi bien chez le cobaye adulte que chez le cobaye jeune. Elle se traduit par une diminution considérable du taux d'adrénaline, mesuré à la réaction de Bailly; aussi bien que du taux de cholestérol, déterminé par la méthode de Grigaut.

Cette diminution n'est décelable qu'à partir de la 10ᵉ heure après l'injection de toxine et n'atteint toute son ampleur qu'à partir de la 16ᵉ de sorte qu'il est possible de suivre l'évolution de l'intoxication diphtérique par la baisse du taux d'adrénaline des surrénales.

Nous avons voulu nous rendre compte si pendant une durée d'incubation aussi longue le poison diphtérique ne pouvait, à travers le placenta, agir de la même façon sur les surrénales du fœtus.

Nous avons dans ce but inoculé avec ce poison des cobayes femelles pleines et arrivées à la fin de leur gestation.

Les animaux ont été sacrifiés vers la 16ᵉ heure après cette injection. Nous avons vérifié que chez toutes les femelles ainsi inoculées les surrénales, la plupart du temps fortement hémorragiques (rouge cerise), ne renfermaient plus d'adrénaline décelable à la réaction de Bailly.

Par contre les surrénales des fœtus vivants, qui atteignaient toujours un poids très faible, donnaient des réactions nettes se prêtant au dosage colorimétrique.

([1]) Nos expériences feront ailleurs l'objet d'une publication plus détaillée, mais nous devons signaler que le maximum de la réaction colorée est atteint en 3 minutes, pour les capsules séchées dans le vide, et en 25 minutes seulement, pour les capsules fraîches.

([2]) Mouriquand, Leulier et Sedallian, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1359.

([3]) Mouriquand, Leulier et Sedallian, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1923.

Voici les chiffres trouvés dans trois séries d'expériences concordantes effectuées chaque fois sur des lots comprenant une dizaine d'animaux.

Adrénaline pour 1000 *de glande fraiche.*

Capsules maternelles.	Capsules fœtales.
0	0,15
0	0,22
0	0,22

A l'examen de ces chiffres on voit que les capsules des jeunes fœtus renferment sensiblement autant d'adrénaline que les capsules des cobayes normaux. De plus ces fœtus ne présentaient aucun des signes anatomiques de l'intoxication diphtérique habituelle, et en particulier ni épanchements dans les séreuses, ni hémorragies apparentes des surrénales.

De ces faits il semble résulter que le placenta arrête la toxine diphtérique, ou tout au moins les phénomènes d'intoxication auxquels elle donne naissance, et en particulier en ce qui concerne les surrénales.

A 15h45m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 9 décembre 1930.)

Note de M. *T. Takéuchi*, Sur les machines qui fonctionnent entre deux sources radiantes :

Page 1067, ligne 24, *au lieu de* w_1, *lire* $\frac{W_1}{2}$; ligne 27, *au lieu de* w_1, *lire* W_1.

(Séance du 3 février 1930.)

Note de M. *T. Takéuchi*, Mouvement brownien dans un champ de radiation thermique :

Page 292, ligne 22, *au lieu de* $4a^2nkT$, *lire* $4\pi a^2nkT$.

(Séance du 10 février 1930.)

Note de M. *Louis Glangeaud*, Sur l'âge des couches à Orbitolines du nord de la province d'Alger :

Page 380, commencement du 3e alinéa, *au lieu de* Il est impossible de préciser, *lire* Il est possible de préciser.

Page 381, ligne 15, *au lieu de* attribué au Danien de l'Éocène supérieur, *lire* attribué au Danien et à l'Éocène supérieur.

Note de M. *Guilliermond*, Sur la formation des zoosporanges et la germination des spores chez un *Saprolegnia*, en cultures sur milieux nutritifs additionnés de rouge neutre :

Reporter le dernier alinéa de la page 386 à la page 385, avant le paragraphe commençant par « On peut étudier ».